

La cubierta laminar del frontón Recoletos
Eduardo Torroja Oficina Técnica

Madrid, 1936

[6], 210 h. : il., gráf. ; 30 cm

Torroja Miret, Eduardo

Manuscrito original perteneciente al
Archivo Torroja depositado en CEHOPU

277.720
Sept-1939

La Cubierta laminar
del Fronton Recoletos.

Eduardo Torroja
Oficina Técnica.

A

los colabornadores en la obra
Jose' Angel Petruirena

Mario Arlegui

victimas de esta hora trágica.

Madrid
diciembre 1936

Índice.Cap I - Consideraciones generales.Cap II - Desarrollo teórico del cálculo de la lámina

Hipótesis

Notación

Planteamiento del problema

Determinación de los esfuerzos y momentos por efecto de membrana.

Integración de las ecuaciones diferenciales para efecto de borde.

Determinación ^(de las expresiones de) de los esfuerzos y momentos por efecto de borde.

Determinación de las constantes de integración en la gavita.

Determinación de las constantes de integración en los bordes exteriores.

Determinación de los esfuerzos y momentos totales.

Cálculo de las estructuras sustentantes.

Cap III - Desarrollo numérico-gráfico del cálculo.

Resumen de expresiones útiles para el cálculo.

Datos y parámetros auxiliares.

Esfuerzos y momentos por efecto de membrana.

Valores de J_1, K_1, j_1, k_1 .Valores de $J_{\bar{a}}, K_{\bar{a}}, j_{\bar{a}}, k_{\bar{a}}$.Valores de $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ Diagramas de $e^{Jw} \cos Kw, e^{Jw} \operatorname{sen} Kw, e^{jw} \cos Kw, e^{jw} \operatorname{sen} Kw$.Valores anteriores para los w principales.

Valores de a, b, c, d.

Valores de las incógnitas auxiliares ^{para borde común.} ~~para la gavita.~~

Aproximaciones sucesivas de A, B, C, D. para borde común.
 Valores de A, B, C, D. en bordes exteriores
 Valores componentes de M, S, T, N, Q, G, V.
 Planos de isostáticas de isobares y de armaduras.
 Valores de las cargas de trabajo.
 Comprobación de las estructuras sustentantes.

Caps IV - Informe sobre el proyecto y prescripciones complementarias

Informe de los ingenieros D. J. E. Ribera y D. J. M. Aguirre.
 Cumplimiento de las prescripciones del informe
 Propuesta de instalación de control

Caps V - Estudio experimental en modelos reducidos -

Pliego de condiciones del modelo.
 Descripción de la instalación.
 Resultados de los ensayos.

Caps VI Ejecución y comportamiento de la obra

Cimbra, armaduras y hormigonado
 Maniobra de desmoldamiento
 Deformaciones observadas.

Correlación entre los resultados teóricos y los reales

Capítulo VII Ejecución y comportamiento de la obra

Caps VII IX Conclusiones. Capítulo VIII Causas y proceso del hundimiento.

X

Caps VIII - lista de colaboraciones técnicas e industriales.

CAPITULO I

CONSIDERACIONES GENERALES.-

La cubierta puede definirse estructuralmente como una lámina cilíndrica de generatrices horizontales, de hormigón armado, con la directriz formada por dos arcos de círculo desiguales, que arrancando con tangentes verticales en los bordes se encuentran ortogonalmente, y en parte de los cuales se sustituye la lámina continua por celosías triangulares del mismo material.

La longitud a lo largo de las generatrices es de 55 m., la anchura entre bordes o generatrices extremas 32,50 m., el espesor 8 cms., Mas celosías están formadas por triángulos equiláteros de 1,40 m., de lado $\frac{1}{15} \times 30$ cms de escuadría, y ocupan sobre el cilindro ó lóbulo menor la zona inmediata a la generatriz de borde, y sobre el mayor la inmediata a la generatriz de intersección entre ambos.

Para permitir la libre dilatación longitudinal, la lámina se sujeta por los puntos medios de las generatrices de borde, mientras las directrices extremas apoyan sobre entramados verticales embutidos en los muros huecos de piñón con elasticidad suficiente para permitir el libre desplazamiento de estas directrices rigidizadas; y las generatrices de borde, aparte de los anclajes antedichos, apo-

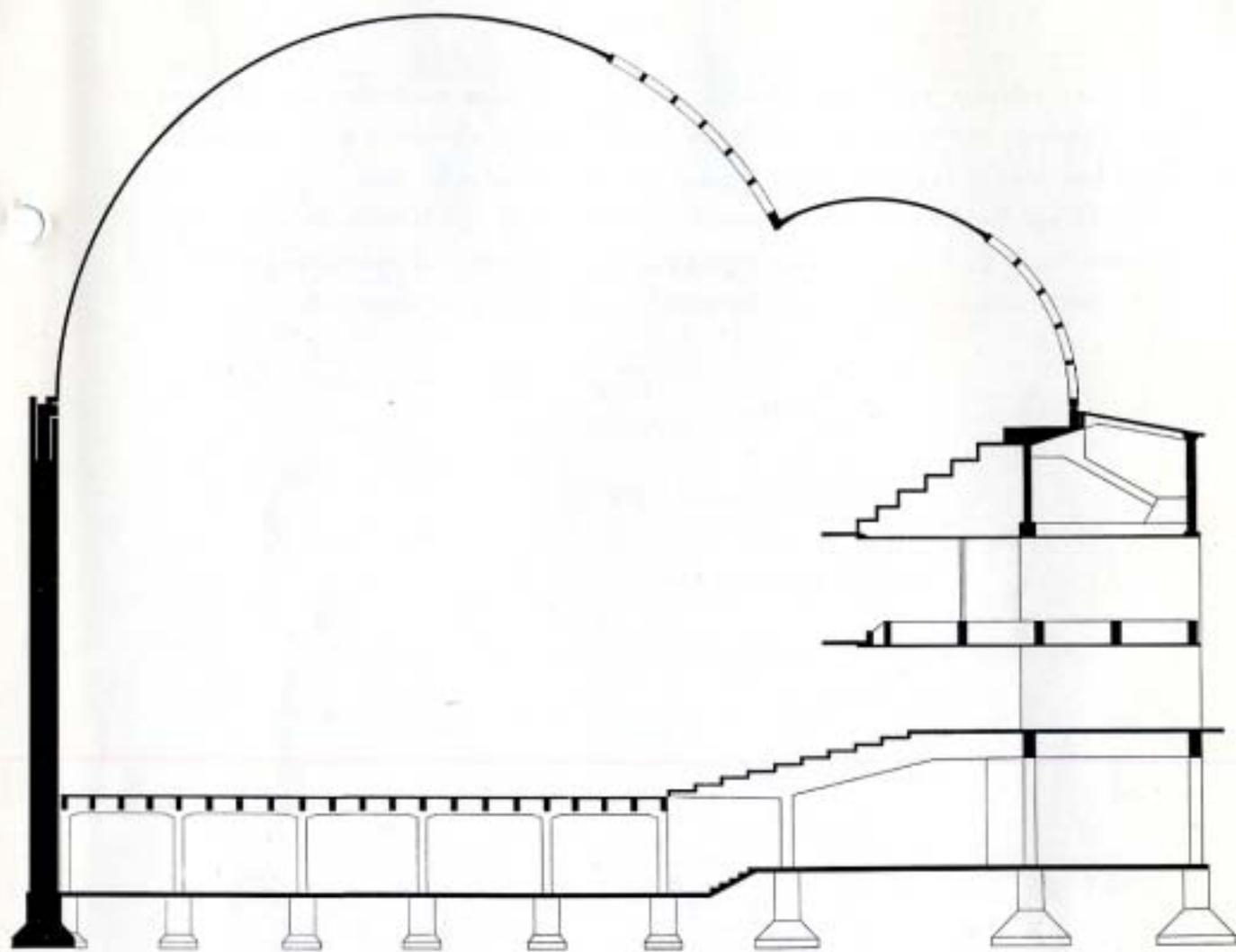


Fig 1. Sección transversal del Fronton.

yan sobre pequeñas bielas que permiten la dilatación longitudinal. La dilatación transversal no es problema dada la enorme flexibilidad de la lámina en este sentido.

Aun cuando la justificación del tipo estructural de cubierta roza problemas arquitectónicos y correspondería, por tanto, al arquitecto autor del proyecto ~~Don S. Sauro~~, quien me llamó a prestar mi colaboración técnica en el mismo, y al que se debe la parte fundamental del éxito en el conjunto de la obra, ~~sin embargo~~, el haber estado presente también durante el proceso de concepción general, y haber coadyuvado a la íntima fusión, que es característica de esta obra, entre los elementos esenciales del conjunto arquitectónico que iba surgiendo de sus manos, me autoriza en parte a hacer algunas consideraciones sobre este punto. A ello, por otra parte, me obligan las circunstancias actuales, en estas horas de aislamiento que utilizo para poner en orden las cuartillas y las ideas ya olvidadas del proyecto.

Llama a primera vista la atención la total disimetría de la sección, nueva en este género de estructuras; pero que en nuestro caso viene claramente impuesta por la necesidad funcional de abrir dos grandes ventanales, situados precisamente en esa posición y con esa inclinación, para dar paso a la luz norte e iluminar directamente la cancha con el mas alto, mientras que el otro envía luz complementaria a las tribunas altas, sin perjudicar a la visibilidad sobre la zona de juego.

La cubierta tenía, pues, como puntos de paso obliga-



Foto · Castellanos

Fig. 2. Vista interior de la sala.

dos, además de los arranques, los cuatro bordes de esos ven
tanales; el valor arquitectónico de la sala impedía colocar
tirantes o cerchas vistas por el interior que afearan el
conjunto o restaran amplitud a los volúmenes de la sala, y
dificultaba el empleo de otros tipos mas corrientes de cu-
bierta; por otra parte, el deseo, cumplido en toda la sala,
de suprimir elementos supérfluos que pudieran ocultar o al
terar la forma estructural pura directamente derivada de
la imposición funcional o fundida con ella, impusieron a juí
cio de los autores del proyecto la cubierta laminar cilín-
drica de doble lóbulo, que con la máxima ligereza permite
cubrir ese enorme vano, permitiendo y asimilándose, por así
decir, los lucernarios, y realzando con el contraste y di-
simetria de sus volúmenes y con el valiente volteo de sus
arcos, la disimetria y contraste de la cancha y las tribu-
nas, esencial en la sala, y el gracioso y eficaz trazado
de las curvas igualmente valientes de los antepechos.

En algunas estructuras de tipo análogo se ha dis-
puesto una viga laminar de gran altura bajo la arista de
intersección de los lóbulos, con objeto de disminuir la im
portancia de la armadura; pero aquí se ha suprimido, no so-
lo porque hubiera roto con su sensación de pesadez la er-
monía de líneas del conjunto, y hubiera alterado las con-
diciones de visibilidad, sino porque la economía de hierro
que ello puede representar viene corrientemente contrarres-
tada en gran parte y aun a veces superada, no solo por el
mayor volumen de hormigón, sino por la gran complicación de
encofrado y ejecución que acarrea.

Por otra parte, creimos conveniente alejar del espíritu del observador toda impresión de que pudiera tratarse de dos bóvedas en cañón apoyadas sobre una viga de descarga longitudinal, porque ello equivaldría a desconocer o subvertir el fenómeno resistente de la estructura laminar, que en esta parte inmediata a la arista de intersección/ o "gaviota", se define con características específicas tales que, si existe viga longitudinal, es la constituida por la lámina misma, que saliéndose del estrecho marco mecánico de las piezas prismáticas, desarrolla un proceso resistente mucho más complejo y completo pero no menos definido, para trasladar sus cargas al contorno sustentante con el mínimo trabajo posible; y por eso, solo bien conocido este fenómeno resistente, que más adelante se desentraña analíticamente, se puede apreciar la limpieza y claridad de esta estructura con su contundente simplicidad de trabajo.

Un efecto análogo de economía de armadura se hubiera podido obtener, aunque en menor escala, haciendo más agudo el ángulo de la gaviota; pero ello hubiera favorecido la acumulación de nieve en ese punto, a no ser que se colocara por encima un tejadillo supletorio, enmascarando con ello en fachada las líneas estructurales de la cubierta propiamente dicha; y como en una obra arquitectónica de la importancia de ésta, no es la economía a ultranza la que ha de definir el trazado, y la diferencia de coste era muy pequeña, se consideró más conveniente el trazado elegido por satisfacer mejor al conjunto del problema.

No tiene, por otra parte, toda su justificación económica la cubierta laminar en este caso particular por que la disminución de materiales y mano de obra que lleva consigo ha quedado compensada por el gran coste del andamiaje, ya que la cubierta se hizo a toda cimbra; por eso es conveniente advertir, que ni ello es hoy necesario en este tipo de cubiertas, ni aquí vino impuesto solamente por consideraciones de orden técnico, sino por el buen aprovechamiento posterior que podía hacerse de la madera, y, sobre todo, porque desde un punto de vista financiero, el sobrecosto que la cimbra completa representaba quedaba más que de sobra compensado por los beneficios que reportaba el adelanto correspondiente en la terminación de la obra.

Como de todo ello se habla mas adelante, basta en esta introducción señalar que, atendiendo a esta razón financiera de urgencia, la obra se llevó a una marcha tal que la cubierta quedó totalmente descimbrada a las tres semanas de haber terminado el hormigonado de las tribunas inferiores y a los tres meses y medio de iniciarse los trabajos de cimentación del edificio, que tiene cinco plantas.

Era, por consiguiente, inútil y contraproducente pensar en aquél momento en soluciones mas económicas de cimbra a costa de un retraso en la obra; soluciones, sin embargo, que son perfectamente posibles y con las que el coste de este tipo de cubierta vuelve a reducirse enormemente, pero que se salen ahora del marco de esta monografía.

Por otra parte, habiéndose ejecutado toda la obra

por Administración y ^{no} correspondiéndome en ella más que la dirección técnica, no se incluyen en esta monografía datos ni consideraciones de orden económico.

El cálculo de la lámina se ha hecho siguiendo el método propuesto y utilizado por Dischinger y Finsterwalder para estructuras análogas, como las cubiertas de Francfort y Budapest; si bien con algunas modificaciones y particularidades impuestas por la mayor importancia de ésta y por lo original y disimétrico de su perfil, pues los lóbulos de la cubierta de Budapest, por ejemplo (mayor que la de Francfort), tienen solamente 40 m., de longitud y 11,80 m., de separación entre bordes, con perfil simétrico, mientras que ésta tiene 55 m., de longitud y 23 m., de anchura entre bordes del lóbulo grande. A mas de ello, los lóbulos de Budapest enlazan con grandes vigas de descarga, mientras que aquí el enlace de los dos lóbulos se hace, como ya se ha dicho, en gaviota pura sin viga de apoyo; y sobre todo, el conjunto de la directriz tiene un peralte mucho mayor y ni puede, por consiguiente, prescindirse del empuje del viento sobre la lámina, ni puede asimilarse la carga de nieve a la del peso muerto, y es necesario establecer leyes separadas para cada una de estas tres cargas exteriores.

Por otra parte, el suprimir la viga de descarga en la gaviota y adoptar el perfil impuesto por las necesidades funcionales y estéticas de la obra obliga a colocar un fuerte tirante o cordón a lo largo del vértice de la gaviota, el cual representa una parte importante del

conjunto de armaduras de la cubierta. Así pues, para no encaecer inutilmente la obra nos impusimos la condición de que la carga máxima de trabajo de esta armadura bajo la acción simultánea del peso, el viento, y la nieve fuera sensiblemente de 9.8 kg/mm^2 , aun a trueque de la complicación de cálculo que ello representa.

La novedad e importancia de esta cubierta decidieron a la Empresa a solicitar el informe de los eminentes Ingenieros Don J. Eugenio Ribera y Don J. M^a Aguirre, quienes, aprobando en sus líneas generales el proyecto, marcaron algunas modificaciones y normas que convenia adoptar, referentes en su mayor parte a la ejecución; aconsejando también el estudio de las succiones de viento, que no se habían tenido en cuenta, la comprobación de los resultados del cálculo sobre un modelo reducido para mayor garantía, y el establecimiento, en fin, de una instalación de control en la obra para conocer los movimientos y cargas de trabajo sufridas.

Todo ello es lo que constituye los diferentes capítulos de esta monografía y lo que le presta mayor interés, pues en pocos casos se ha lanzado el cálculo a procedimientos de la complicación de estos, para avalar una extrapolación tan fuerte sobre la serie reducidísima de obras construidas de su tipo, y en menos casos todavía ha podido la técnica acumular tantos medios de comprobación para garantizar los resultados del cálculo y las previsiones del proyectista. Porque, a nuestro juicio, la enseñanza y

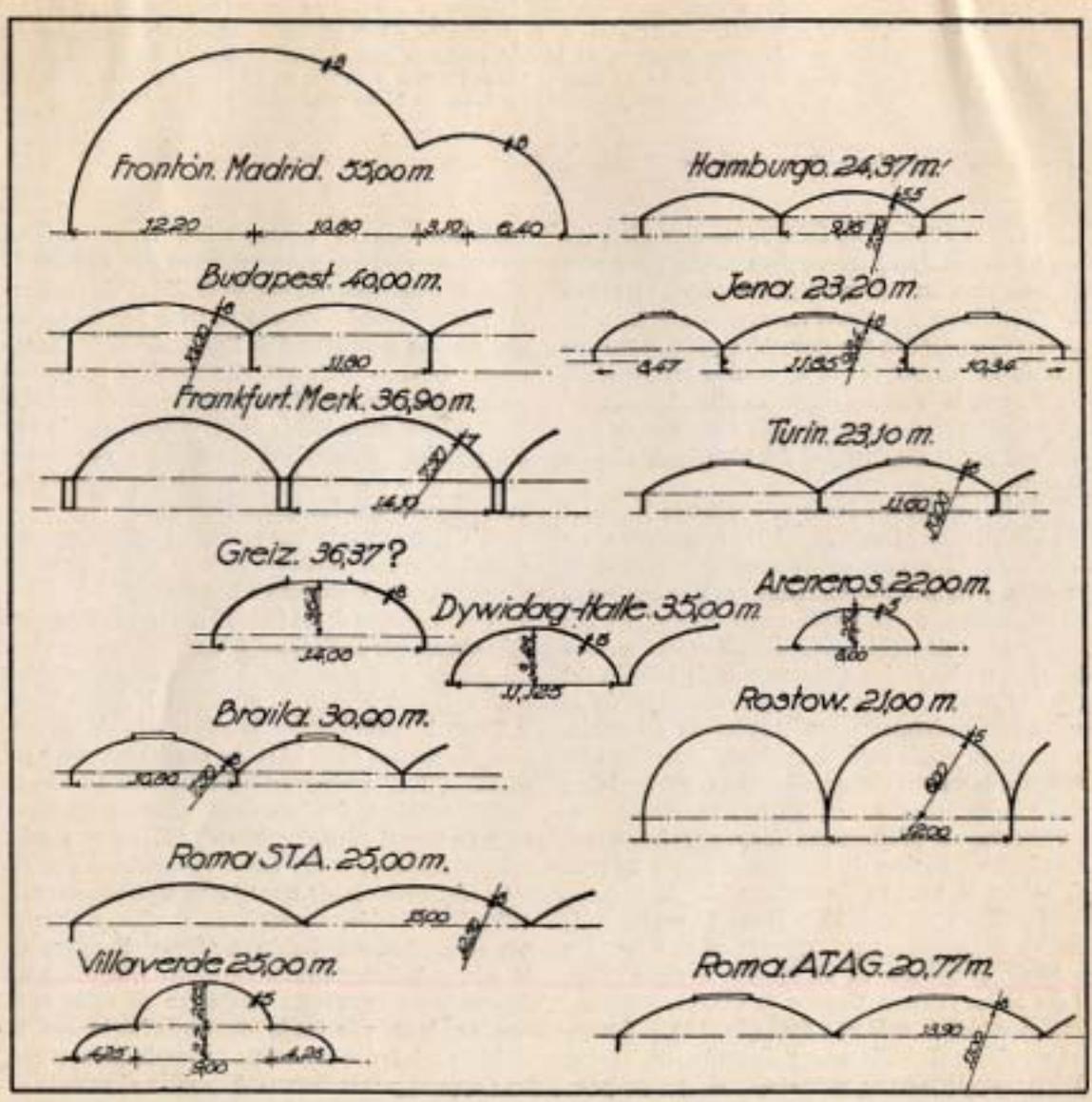


Fig. 20

Fig 3. Grafico comparativo de láminas cilíndricas
construidas con mas de 20m. de luz longitudinal.

utilidad fundamentales que podemos sacar de esta obra, más que el amplio horizonte que para nuevas construcciones abre el tipo estructural lanzado, son la demostración ofrecida de que es hoy perfectamente posible comprobar práctica y experimentalmente los resultados del cálculo y obtener con ello una mayor garantía en las condiciones resistentes de la obra que se desea construir.

CAPITULO II

DESARROLLO TEORICO DEL CALCULO DE LA LAMINA.-

Hipótesis

El cálculo se desarrolla con arreglo a las teorías de la mecánica elástica, admitiendo las hipótesis establecidas para esta clase de cálculos por los maestros y sancionadas por la práctica; las cuales en el cálculo presente son las que a continuación se indican:

- a) La ley de Hooke.
- b) La ley de Kirchoff, que establece que los puntos de la lámina situados en una recta cualquiera normal a la superficie media se mantienen en una recta normal a la misma después de la deformación.
- c) Nulidad del módulo de Poisson, siguiendo en esto a Dischinger en su obra de Budapest.

En realidad no hay simplificación especial de cálculo por esta hipótesis; pero la influencia del módulo de Poisson es también pequeña en estos casos y su valor siempre aleatorio.

- d) Nulidad de los esfuerzos de torsión y de los de flexión alrededor de la tangente a la directriz en cada elemento diferencial de la lámina a todo espesor; los cuales, dada la delgadez de la lámina en relación con sus dimensiones superficiales, son evidentemente despreciables.

La nulidad de esta flexión (que no debe confundirse

con la flexión longitudinal general de la lámina) implica además la nulidad de los esfuerzos cortantes correspondientes a la misma.

e) Uniformidad de reparto en todo el espesor de la lámina del esfuerzo cortante en el plano tangente al cilindro. Aparte de que es lógico que así sea, el suponer otra ley de reparto equivaldría a admitir una carga de trabajo o esfuerzo cortante un poco mayor, sin que tenga importancia dentro de las cargas resultantes.

f) Uniformidad de sección y momento de inercia alrededor de la generatriz en toda la lámina incluso lucernarios. Los valores correspondientes a la lámina llena y a los lucernarios se indican en el capítulo de III ^{cuadro 12} ~~correspondiente~~, en el que pueden verse las diferencias ~~en~~ resultantes.

g) Las cargas máximas de trabajo se fijan en las siguientes cifras:

- Para el hormigón = 50 kg/cm².
- Para la armadura en general = 1.100 kg/cm².
- Para el cordón de la gaviota = 900 kg/cm².

Consideramos conveniente disminuir a 900 kg., la carga del cordón por la enorme cuantía de este elemento prácticamente metálico, por la dificultad de sus empalmes y por evitar deformaciones excesivas, de la gaviota. ~~Con los coeficientes de elasticidad de acero y aluminio~~

h) Las fuerzas exteriores se suponen uniformes a lo largo de la generatriz y distribuidas con arreglo ~~Con los coeficientes de elasticidad~~

a las siguientes leyes según la directriz:

Peso muerto = Carga vertical de valor = 250 kg/m².

Viento = Carga normal de valor = 100 x sen φ kg/m².

Nieve = Carga vertical de valor = 65 cos φ kg/m².

siendo φ el ángulo de la normal con la vertical.

Haciéndose todo el cálculo mediante desarrollo de las cargas a lo largo de las generatrices en series de Fourier, se ha limitado éste a los dos primeros términos de cada serie, por observarse que los valores del segundo término son ya suficientemente pequeños en relación con los del primero para autorizar el desprecio de los siguientes.

El peso real de la lámina contando con 9 cm., de espesor por posibles errores y 20 kg/m² para uralita, corcho y madera es de ~~213~~ ^{y el de los lucernarios} kg/m²., con vidrio de 3 m/m 254 kg/m², considerándose que la diferencia entre ambos pesos no justificaba la complicación de cálculo que hubiera llevado consigo el establecer cargas de cálculo distintas.

En cuanto al empuje del viento, es difícil de establecer su valor a priori sobre una superficie de directriz asimétrica y extraña como ésta, particularmente en lo que se refiere a la ley de variación o distribución del empuje a lo largo de la directriz, por cuya razón se adoptó la cifra de 100 kg/m² por ser la indicada en la Instrucción para estructuras urbanas (Mendizábal) a la altitud de Madrid.

La dirección de las generatrices es sensiblemente Este Oeste y la de los vientos NE y SO.

Por el lado Sur las edificaciones se elevan muy próximas hasta cerca de la clave y, en cambio, por el Norte la fachada de la Biblioteca Nacional queda bastante más distanciada. Por otra parte, la anchura del Paseo de Recoletos y ^A la Plaza de Colón da un fácil acceso al viento por este lado con importante componente Norte.

No es posible, a nuestro entender, establecer una ley de esfuerzos sobre la directriz en estas condiciones, a no ser con un detenido estudio sobre modelo reducido en tunel aerodinámico, y aun así el efecto de las ráfagas y remolinos, siempre frecuentes en las proximidades del suelo y más en zonas edificadas, restaría interés a los resultados.

Por todo ello nos limitemos a admitir en cada punto un esfuerzo centrípeto proporcional al cuadrado del ángulo de la normal con la horizontal, no porque consideremos esta fórmula exacta ni muchísimo menos, sino porque permite desarrollar los cálculos más cómodamente que otras, la de Duschemin por ejemplo, que tampoco es a nuestro juicio aplicable al caso del cilindro.

Ello equivale a suponer esfuerzos nulos en la clave y compresiones en los faldones, hipótesis que parece perfectamente verosímil, y a admitir la no existencia de succiones, cuya importancia en la práctica, caso de existir, ha de venir muy mermada con relación al caso clásico del cilindro, de un lado por la altura y proximidad de las edificaciones y de otro por la forma escalonada de los lóbulos que necesariamente ha de disminuir los remolinos de salida.

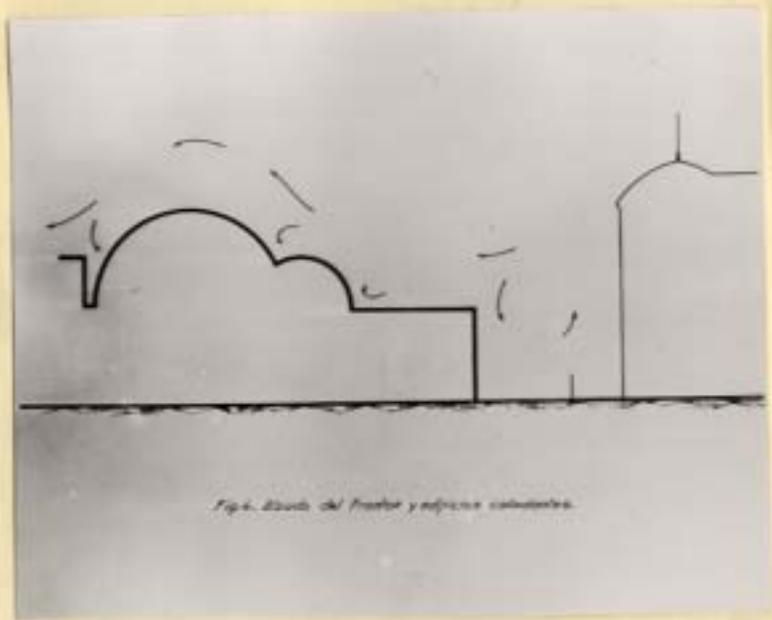


Fig. 4. Alzado del Frontón y edificios colindantes.

Fig 4. Alzado del Frontón y edificios colindantes



Fig 5- Planta de la urbanización colindante

Por otra parte, las formas de trabajo de esta lámina son tales que hacen preveer un mejoramiento más que un empeoramiento de las condiciones resistentes bajo la acción de estas succiones, que en todo caso vendrían, en cierto modo, a equivaler a una disminución del peso muerto y un incremento de las compresiones laterales.

El cálculo se hace suponiendo simultáneas las compresiones de los faldones opuestos, porque, como puede verse por los diagramas de esfuerzos resultantes, las de un lado no tienen influencia sensible en el otro y, por otra parte, esta simultaneidad, absurda a primera vista, no resulta tal en la práctica por la presencia de las edificaciones colindantes ya indicadas.

Sin embargo, el indicar^e en el informe de los Sres. Ribera y Aguirre, ~~que~~ que más adelante se transcribe, la conveniencia de tener en cuenta estas succiones sin precisar sus leyes, nos indujo a cambiar de criterio y admitir una ley similar a la determinada experimentalmente para el caso de un cilindro, en el que se producen en la zona de clave succiones triples sensiblemente de las compresiones laterales; y aunque en nuestro caso la forma de doble cilindro y la presencia de las edificaciones colindantes ha de disminuir estas desigualdades, hemos adoptado para la ley de reparto de las presiones sobre la directriz (fig. 6) la expresión analítica:

$$-3v \operatorname{sen} \psi + 2v \operatorname{cos} \psi$$

~~$$-3v \operatorname{sen} \psi + 2v \operatorname{cos} \psi$$~~

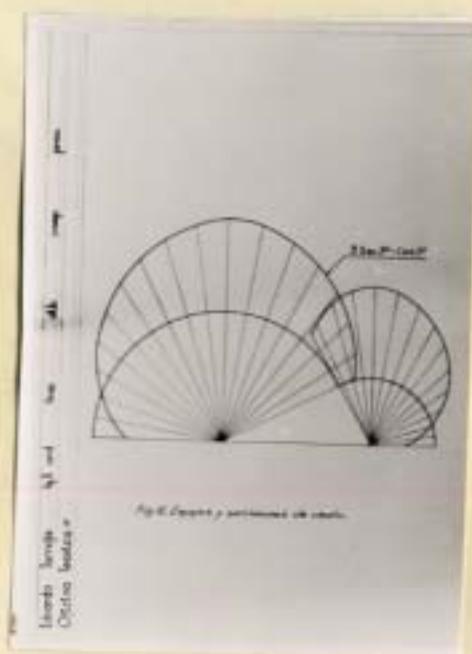


Fig 6 - Empujes y secciones de viento
según la ley: $-3 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

que, como puede verse, se expresa con gran aproximación este nuevo criterio.

Naturalmente, para esta ley ya no es válido el valor de la presión fijado por la Instrucción antes mencionada, pues las cifras que en ella se dan se refieren a presiones efectivas en superficies planas incluyendo ya la succión.

Por otra parte, solicitado del Servicio Meteorológico español, Sección de Climatología, información sobre las velocidades máximas del viento en Madrid, este organismo nos indicó que "la velocidad máxima media es de 18 m/s; y se han registrado velocidades máximas de 22 y hasta 30 m/s, pero esto en días excepcionales".

Para deducir la presión máxima sobre el cilindro en la zona de superficie normal a la dirección del viento podemos aplicar, para esta velocidad máxima, las fórmulas de Stanton y de Dines que dan la presión efectiva en superficies planas y tomar para la compresión en el lado del viento el 0,70 de la efectiva, como es corriente; así se llenan los valores:

$$0,70 \times 0,064 \times 30^2 = 40 \text{ kg/m}^2.$$

$$0,70 \times 0,060 \times 30^2 = 37 \text{ "}$$

y con la fórmula de Nipher:

$$0,050 \times 30^2 = 45 \text{ kg/m}^2.$$

Resultan pues compresiones del orden de 40 kg/m² y succiones de 120 kg/m², y con objeto de simplificar el cálculo, que como decimos ya estaba terminado al emitirse el informe mencionado, se tomaron las cifras de 40 y 130 kg/m² respectivamente, con lo que la ley se puede escribir: ~~40 sen~~

40 sen φ - 130 cos φ

~~130~~ ~~ces~~, es decir, el 0,40 de la carga de viento considerada anteriormente menos el doble de la carga de nieve, y la sustitución se pudo hacer sobre las curvas o diagramas finales de los esfuerzos, utilizando todos los resultados del cálculo analítico primitivo; y en esta misma forma se presentan en esta monografía.

Por último la carga de nieve se ha supuesto de 65 kg/m²., también de acuerdo con la Instrucción antes citada. Como la nieve no puede sostenerse en las partes laterales de los lóbulos, se ha supuesto repartida a lo largo de la directriz proporcionalmente al seno del ángulo de la normal con la vertical, y con el máximo antedicho en la clave.

Hemos seguido, pues, en el establecimiento de las sobrecargas un criterio francamente conservador.

NOTACION

Mayúsculas

- A Constante de integración de la función de borde.
- B Idem
- C Idem
- D Idem
- E Coeficiente de elasticidad.
- F Función en general.
- G Constante de integración de la función de borde.
- H Idem
- I Momento de inercia.
- J = J₁ Parte ~~constante~~ real de m.
- J_n = J_{n-1} J₁ - K_{n-1} K₁

$K = K_1$ Parte imaginaria de \underline{m} .

$$K_{\bar{n}} = J_{\bar{n}-1} K_1 + J_1 K_{\bar{n}-1}$$

L Constante de integración de la función de borde.

M Momento flector alrededor de la generatriz por unidad de longitud; positivo al disminuir la curvatura de la directriz.

N Esfuerzo cortante alrededor de la generatriz por unidad de longitud y a todo espesor; positivo con el par dextrogiro vertical. ^(*)

O Constante de integración de la función de borde.

~~P Peso del cordón por unidad de longitud en borde común.~~

Q Esfuerzos según la tangente a la directriz por unidad de longitud y todo espesor; positivo en tensión.

R Radio de la directriz, *de la cubierta.*

S Esfuerzo cortante alrededor de la normal; positivo cuando el par según las tangentes a la directriz es dextrogiro visto desde arriba.

T Esfuerzos según la generatriz por metro lineal de directriz y todo espesor; positivo en tensión.

X Proyección de las fuerzas exteriores sobre la generatriz.

Y Idem sobre las tangentes a la directriz; positivo en tensión.

W Término independiente de la ecuación característica.

Z Proyección sobre la normal; positivo centrípeto.

(*) La sección se supone mirada siempre con el librito pegado a la derecha.

Minúsculas.

$$a_w = \alpha e^{j_w} \cos k_{1,w} + \beta e^{j_w} \sin k_{1,w}$$

$$b_w = \beta e^{j_w} \cos k_{1,w} - \alpha e^{j_w} \sin k_{1,w}$$

$$c_w = \gamma e^{j_w} \cos k_{1,w} + \delta e^{j_w} \sin k_{1,w}$$

$$d_w = \delta e^{j_w} \cos k_{1,w} - \gamma e^{j_w} \sin k_{1,w}$$

f Función solución del sistema de ecuaciones diferenciales.

ε Espesor *f* de la cubierta.

h Expresión general de un término de la serie de Fourier, en que se desarrollan las cargas.

j = j₁ Parte real de m.

$$j_n = j_{n-1} j_1 - k_{n-1} k_1.$$

k = k₁ Parte imaginaria de m.

$$k_n = j_{n-1} k_1 + j_1 k_{n-1}.$$

l Longitud o luz teórica según las generatrices.

m Expresión general del coeficiente de ω en el exponente de g en la función de borde.

n Carga teórica de nieve en una superficie horizontal unidad.

p Idem de peso propio y carga muerta en cualquier punto.

q Expresión general de los términos de la serie integral segunda de h.

r Idem de la integral cuarta de h.

t Carga unitaria virtual o reducida a hormigón del cordón o armadura del borde común.

u Expresión general de los términos de la serie integral tercera de h.

v Empuje teórico de viento sobre una superficie vertical

unidad.

- w Constante indeterminada.
- x Abscisa a lo largo de la generatriz a partir del centro de la luz.
- z_1 Coeficiente de la ecuación característica = $z_1 = 2(1-\nu)$
- z_2 Idem = $z_2 = (1-4\nu + \nu^2)$
- z_3 Idem = $z_3 = -(2\nu - \nu^2)$

Griegas.

α Coeficientes de la expresión general de los esfuerzos y corrimientos por efecto de borde.

β Idem

γ Idem

δ Idem

Δ Incremento.

φ Angulo de la normal en un punto de la cubierta con la normal en clave; positivo dextrogiro a partir de ésta.

Φ Expresión general de un esfuerzo o corrimiento en el borde para $x = 0$.

ψ Expresión general de un ángulo.

ξ Corrimiento según la generatriz; positivo en *el sentido* alargamiento *te positivo de las x .*

χ Variación de curvatura de la directriz.

ζ Corrimiento según la normal; positivo hacia el centro de la directriz.

η Corrimiento según la tangente a la directriz; positivo dextrogiro respecto al centro de la directriz.

$$\lambda = \frac{R}{g} \sqrt{3}$$

μ Expresión general de los términos de la serie $\pi, -3\pi, 5\pi, \dots$

$$\nu = \mu^2 \frac{R^2}{l^2}$$

- θ Corrimiento o variación angular; positivo dextrogiro.
 ρ Valor aritmético de $\sqrt{w} = \sqrt{2v\lambda}$
 w Angulo de la normal en un punto con la normal en el borde; positivo con el borde izquierdo, negativo con el derecho.
 Ω Valor total de w de borde a borde o abertura angular del lóbulo.
 $\zeta = \sqrt{-w}$

Exponentes;

- I Referente al lóbulo izquierdo o de mayor radio.
II Idem al lóbulo derecho o de menor radio.
' Idem a los primeros términos de las series de Fourier.
'' Idem segundo términos de las series.

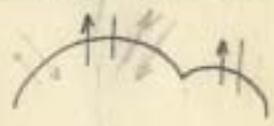
Subíndices.

- M Referente al momento M.
N Idem esfuerzo N.
P Idem peso P.
S Idem esfuerzo S.
T Idem " T.
b Idem a $\neq w = 0$ _____
d Idem al borde derecho del lóbulo.
i Idem al borde izquierdo del lóbulo.
n Idem a carga de nieve.
fi Idem a la derivada o expresión de orden \underline{fi} .
o Idem a $x = 0$.

- p Referente a carga muerta o peso p.
- v Idem a la carga de viento.
- w Idem a la coordenada del punto w.
- η Idem al corrimiento η en su valor E g η .
- ξ Idem al corrimiento ξ en su valor E g ξ .
- θ Idem al corrimiento θ en su valor E g θ .
- m Idem a efecto de membrana continua.

NOTA ACLARATORIA DE SIGNOS

N Positivo.



X

η Idem.

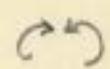


X

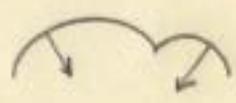
θ Idem.



M Idem.

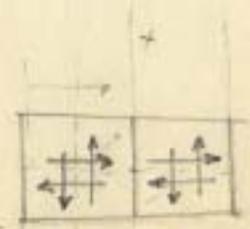


ξ Idem.



Q y T Idem en tensión.

$\frac{\partial s}{\partial x}$ y S Positivo.



X

ξ Idem en alargamiento.

25

Nota= Las magnitudes = η, θ, N, S y $\frac{dS}{dx}$ varían de signo al variar el sentido del ángulo, por ser función del seno de este ángulo.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.-

Antes de abordarlo por razones que se verán mas adelante, conviene desarrollar en series de Fourier las cargas de peso, viento, nieve, etc., uniformes a lo largo de las generatrices, mediante el siguiente conocido artificio. La relación

$$1 = + \frac{4}{\pi} \cos \psi - \frac{4}{3\pi} \cos 3\psi + \frac{4}{5\pi} \cos 5\psi \dots \dots \dots (1)$$

como es sabido, válida, en el intervalo de $\psi = -\frac{\pi}{2}$ a $\psi = +\frac{\pi}{2}$, puede transformarse, haciendo $\psi = \frac{\pi x}{l}$, en esta otra

$$1 = \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi x}{l} - \frac{4}{3\pi} \cos \frac{3\pi x}{l} + \frac{4}{5\pi} \cos \frac{5\pi x}{l} \dots = h' + h'' + \dots = h \quad (2)$$

que es válida en el intervalo $x = -\frac{l}{2}$, $x = +\frac{l}{2}$ y designamos simbólicamente por medio de las h, v y n ^{ella} mediante la cual los desarrollos de las cargas uniformes p, v y n se obtienen sin más que multiplicar la serie anterior por p, v y n respectivamente, siendo válidos los desarrollos obtenidos en el intervalo $x = -\frac{l}{2}$, $x = +\frac{l}{2}$, ó sea, en toda la longitud de la cubierta. (*)

Como consecuencia de estos desarrollos, interesan también para los cálculos posteriores las series siguientes, que representamos también simbólicamente:

(*) Como origen de las x se toma el punto medio de la generatriz.

$$+ \int h dx = \frac{4l}{\pi^2} \sin \frac{\pi x}{l} - \frac{4l}{9\pi^2} \sin \frac{3\pi x}{l} + \dots = s' + s'' + \dots = s \quad (3)$$

$$- \int s dx = \frac{4l^2}{\pi^3} \cos \frac{\pi x}{l} - \frac{4l^2}{27\pi^3} \cos \frac{3\pi x}{l} + \dots = q' + q'' + \dots = q \quad (4)$$

$$+ \int q dx = \frac{4l^3}{\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} - \frac{4l^3}{81\pi^4} \sin \frac{3\pi x}{l} + \dots = u' + u'' + \dots = u \quad (5)$$

$$- \int u dx = \frac{4l^4}{\pi^5} \cos \frac{\pi x}{l} - \frac{4l^4}{243\pi^5} \cos \frac{3\pi x}{l} + \dots = r' + r'' + \dots = r \quad (6)$$

(6)

Considerando ahora un elemento diferencial de la lámina a todo espesor, cuyas dimensiones son: g , dx y Rdy , podemos escribir las nueve ecuaciones diferenciales siguientes:

Proyección de ^{fuerzas} ~~esfuerzos~~ sobre la generatriz:

$$R \frac{dT}{dx} + \frac{dS}{dy} + RX = 0 \quad (7)$$

Proyección de ^{fuerzas} ~~esfuerzos~~ sobre la tangente a la directriz:

$$\frac{dQ}{dy} + R \frac{dS}{dx} - N + RY = 0 \quad (8)$$

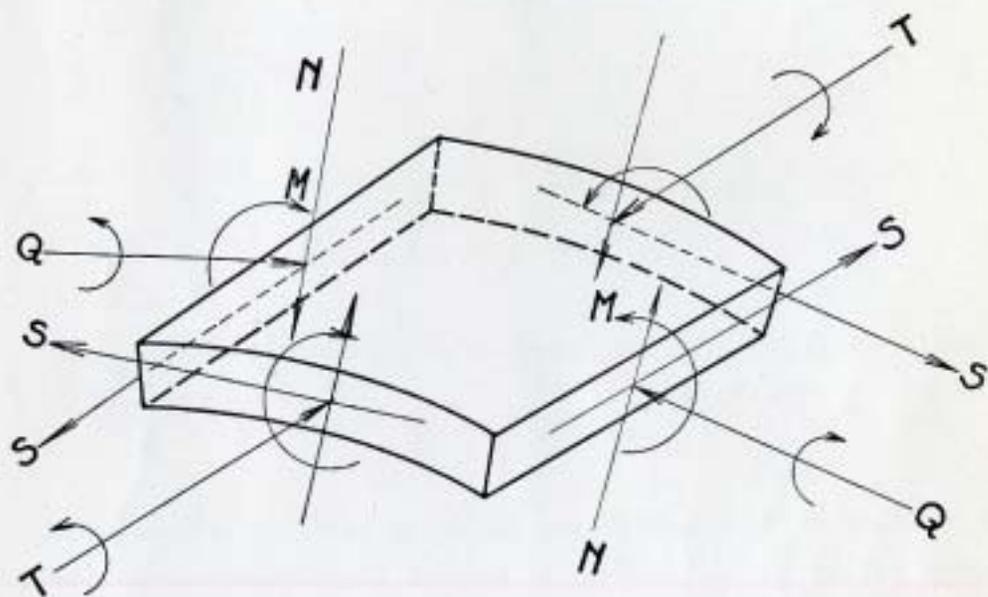


Fig 7. Elemento diferencial de barreda ^{laminada a todo espesor}.

Proyección de ^{fuerzas} esfuerzos sobre la normal:

$$\frac{dN}{d\varphi} + Q + RZ = 0 \quad (9)$$

Equilibrio de momentos alrededor de la generatriz:

$$\frac{dM}{d\varphi} - RN = 0 \quad (10)$$

Alargamiento según la generatriz:

$$\frac{d\varepsilon}{d\varphi} = \frac{T}{Eg} \quad (11)$$

Alargamiento según la tangente a la directriz:

$$\frac{d\eta}{Rd\varphi} - \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Q}{Eg} \quad (12)$$

Deformación angular alrededor de la normal:

$$\frac{d\theta}{Rd\varphi} + \frac{d\eta}{d\varphi} = \frac{2S}{Eg} \quad (13)$$

Giro de la normal:

$$\theta = \frac{d\varepsilon}{Rd\varphi} + \frac{\eta}{R} \quad (14)$$

Variación de la curvatura:

$$\chi = \frac{1}{R^2} \left(\frac{d^2\varepsilon}{d\varphi^2} + \varepsilon \right) = - \frac{12}{Eg^3} M. \quad (15)$$

Este sistema de ecuaciones diferenciales define la variación de los esfuerzos y corrimientos en cada elemento de la cubierta; y su integración permite, por consiguiente, conocerlos en cada punto, siempre que se hayan determinado las

constantes de integración mediante las condiciones en los límites o condiciones de sustentación de la cubierta. Pero como las dificultades matemáticas del problema no permiten su resolución directa, para lograr ésta, y siguiendo los métodos de Finsterwalder aplicados por Dischinger en trabajos bien conocidos, se descompone la cuestión en dos problemas parciales, en los cuales se consideran separadamente las cargas exteriores en uno y los efectos de borde en otro, según vamos a recordar brevemente.

Comiéntase para ello por suponer que cada uno de los dos lóbulos que forman la cubierta forma parte de un cilindro completo sometido en toda su superficie a las cargas de peso propio, viento y nieve expresadas por las leyes anteriormente establecidas. En esta hipótesis, el lóbulo puede soportar dichas cargas trabajando solo como membrana, es decir, sin esfuerzo de flexión en ninguno de sus puntos (se prescinde de las regiones próximas a los muros frontales de apoyo, en los cuales las flexiones son despreciables) y los valores de la tracción o compresión y esfuerzo cortante Q , T y S y de los corrimientos ξ , ζ y η vienen dados por el sistema de ecuaciones antes establecido; cuya integración en la hipótesis presente $M = 0$ es inmediata, así como la determinación de las constantes de integración correspondientes, mediante las condiciones de sustentación del sistema. Ahora bien; como los lóbulos que forman la cubierta no son cilindros completos, esta solución no coincide con el estado real. Para que así fuera, sería preciso sustituir la parte de cilindro no existente por los corrimientos y esfuerzos en las generatrices de borde dados para ellas por

el cálculo de cada lóbulo como membrana. Pero como en la práctica no es fácil realizar estas condiciones, se hace necesario, para tener la solución real, superponer a los resultados que se deducen del cálculo como membrana los que se obtienen suponiendo nulas las cargas exteriores y aplicado en las generatrices de borde un sistema de esfuerzos y deformaciones iguales a la diferencia entre los que da para ellas el cálculo de membrana y los que realmente producen las condiciones de sustentación. En esta forma, el lóbulo no trabaja ya como membrana sino como lámina, es decir, trabajando a flexión en sus diferentes puntos, y la integración del sistema de ecuaciones diferenciales no es inmediata, por no ser $M = 0$, y exige artificios de cálculo que oportunamente indicaremos. Realizada esta integración, para tener el estado real de esfuerzos y deformaciones basta componer en cada punto los que resultan de resolver uno y otro de los dos problemas parciales indicados.

Y aun puede simplificarse más la cuestión, descomponiendo en tres cada uno de estos problemas y calculando por separado el estado de membrana para cada una de las cargas de peso propio, viento y nieve, así como los efectos de borde que a cada uno de estos corresponden.

Conviene advertir que en todos estos problemas se supone que las condiciones de sustentación de la cubierta en sus extremos son tales que, como anteriormente se ha indicado, las directrices extremas de ésta son indeformables, pero pueden moverse libremente ^(sus puntos) en la dirección de las generatrices de la misma.

DETERMINACION DE LOS ESFUERZOS Y CORRIMIENTOS POR EFECTO DE MEMBRANA.-

Las componentes del peso según X Y Z son:

$$X_p = 0.$$

$$Y_p = p h \operatorname{sen} \varphi . \quad (16)$$

$$Z_p = p h \operatorname{cos} \varphi . \quad (17)$$

Introduciendo estas expresiones en las ecuaciones diferenciales y recordando que en el estado de membrana $M = 0$, se pueden integrar inmediatamente las ecuaciones diferenciales y obtener sucesivamente las expresiones siguientes, que nos permiten conocer los esfuerzos y corrimientos:

$$Q_{pm} = - R p h \operatorname{cos} \varphi \quad (18)$$

$$\frac{dS_{pm}}{dx} = - 2 p h \operatorname{sen} \varphi \quad (19)$$

$$S_{pm} = - 2 p s \operatorname{sen} \varphi \quad (20)$$

$$\frac{dT_{pm}}{dx} = \frac{2}{R} p s \operatorname{cos} \varphi \quad (21)$$

$$T_{pm} = - \frac{2}{R} p q \operatorname{cos} \varphi \quad (22)$$

$$E g \frac{d\epsilon_{pm}}{dx} = - \frac{2}{R} p q \operatorname{cos} \varphi \quad (23)$$

$$E g \epsilon_{pm} = - \frac{2}{R} p u \operatorname{cos} \varphi \quad (24)$$

$$E g \frac{d\eta_{pm}}{dx} = - 4 p s \operatorname{sen} \varphi - \frac{2}{R^2} p u \operatorname{sen} \varphi \quad (25)$$

$$E g \eta_{pm} = \left(\frac{2}{R^2} p r + 4 p q \right) \operatorname{sen} \varphi \quad (26)$$

$$E g \xi_{pm} = \left[\left(\frac{2}{R^2} p r + 4 p q \right) + R^2 p h \right] \operatorname{cos} \varphi \quad (27)$$

$$E g \theta_{pm} = - R p h \operatorname{sen} \varphi \quad (28)$$

(que son funciones arbitrarias de φ .)

Hay que advertirse que las constantes de integración, se anulan en las expresiones de S_{pm} y E_{pm} , porque siendo estas expresiones series de senos en φ cambian de signo y no de valor al cambiar φ en $-\varphi$; y, por otra parte, la simetría de la estructura respecto de su plano medio normal a las generatrices impone la condición

$$[S_{pm}]_{\varphi=\varphi_1} = -[S_{pm}]_{\varphi=-\varphi_1}; [E_{pm}]_{\varphi=\varphi_1} = -[E_{pm}]_{\varphi=-\varphi_1}$$

ó sea:

$$\begin{aligned} [-2 p S \operatorname{sen} \varphi + \text{const.}]_{\varphi_1} &= \\ &= -[-2 p (-S) \operatorname{sen} \varphi + \text{const.}]_{\varphi_1} \end{aligned}$$

$[-\frac{2}{R} p u \cos \varphi + \text{const.}]_{\varphi_1} = -[-\frac{2}{R} p (-u) \cos \varphi + \text{const.}]_{\varphi_1}$
 condición que se ha de cumplir para todos los valores de φ ; todo lo cual implica: const. = 0. Y para las expresiones de T_{pm} y η_{pm} , que son series de cosenos de $\frac{\pi \varphi}{l}, \frac{3\pi \varphi}{l}, \dots$, también se anulan las constantes de integración por anularse estas series para $\varphi = \pm \frac{l}{2}$, esto es, en los extremos de las generatrices, y anularse también en ellos T_{pm} y η_{pm} , dadas las condiciones de sustentación de la cubierta.

En todas estas expresiones hay que poner por cada término de la serie los valores correspondientes; pero téngase en cuenta que en los términos impares debe atenderse a que el signo es (-). También debe tenerse cuidado de que, si bien los signos de las expresiones que dependen de $\cos \varphi$ no se alteran para el lado izquierdo de la bóveda, los de las expresiones que dependen de $\operatorname{sen} \varphi$ cambian en dicho lado izquierdo, es decir, al cambiar φ en $(-\varphi)$.

Para la carga de viento se tiene análogamente :

$$X_v = 0.$$

$$Y_v = 0.$$

$$Z_v = v h \operatorname{sen} \varphi. \quad (29)$$

$$Q_{vm} = - R h v \operatorname{sen} \varphi \quad (30)$$

$$\frac{d S_{vm}}{d \varphi} = v h \cos \varphi \quad (31)$$

$$S_{vm} = v s \cos \varphi \quad (32)$$

$$\frac{d T_{vm}}{d \varphi} = \frac{1}{R} v s \operatorname{sen} \varphi \quad (33)$$

$$T_{vm} = - \frac{1}{R} v q \operatorname{sen} \varphi \quad (34)$$

$$E g \frac{d S_{vm}}{d \varphi} = - \frac{1}{R} v q \operatorname{sen} \varphi \quad (35)$$

$$E g S_{vm} = - \frac{1}{R} v u \operatorname{sen} \varphi \quad (36)$$

$$E g \frac{d \eta_{vm}}{d \varphi} = v \left(2 s + \frac{1}{R^2} u \right) \cos \varphi \quad (37)$$

$$E g \eta_{vm} = - v \left(2 q + \frac{r}{R^2} \right) \cos \varphi \quad (38)$$

$$E g S_{vm} = v \left[\left(2 q + \frac{r}{R^2} \right) + R^2 h \right] \operatorname{sen} \varphi \quad (39)$$

$$E g \theta_{vm} = \dagger v R h \cos \varphi \quad (40)$$

Y del mismo modo para la carga de nieve:

$$X_n = 0$$

$$Y_n = n h \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \quad (41)$$

$$Z_n = n h \cos^2 \varphi \quad (42)$$

$$Q_{nm} = - n R h \cos^2 \varphi \quad (43)$$

$$\frac{d S_{nm}}{d \varphi} = - 3 n h \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi \quad (44)$$

$$S_{nm} = - 3 n s \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi \quad (45)$$

$$\frac{d T_{nm}}{d \varphi} = \frac{3}{R} n s (2 \cos^2 \varphi - 1) \quad (46)$$

$$T_{nm} = - \frac{3}{R} n q (2 \cos^2 \psi - 1) \quad (47)$$

$$E \xi \frac{d \xi_{nm}}{d \psi} = - \frac{3}{R} n q (2 \cos^2 \psi - 1). \quad (48)$$

$$E \xi \xi_{nm} = - \frac{3}{R} n u (2 \cos^2 \psi - 1) \quad (49)$$

$$E \xi \frac{d \eta_{nm}}{d \psi} = - 3 n (2 a + \frac{4}{R^2} u) \cos \psi \sin \psi \quad (50)$$

$$E \xi \eta_{nm} = + 3 n (2 q + \frac{4}{R^2} r) \cos \psi \sin \psi \quad (51)$$

$$E \xi \xi_{nm} = 3 n (2 q + \frac{4}{R^2} r) (2 \cos^2 \psi - 1) + R^2 n h \cos^2 \psi \quad (52)$$

$$E \xi \theta_{nm} = - n (\frac{18}{R} q + \frac{36}{R^3} r + 2 R h) \cos \psi \sin \psi \quad (53)$$

INTEGRACION DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES PARA EFECTO DE BORDE.-

Para llevar a cabo el cálculo de la cubierta como lámina, tenemos que abordar la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales (7) a (15) inclusive / con cargas exteriores nulas, pues solo se trata en él de determinar los efectos de borde.

Como estas ecuaciones son independientes del origen que se tome para las variables independientes ψ y φ , y para mayor comodidad del cálculo, tomaremos como origen de la variable angular (dejando inalterado el de la ψ) el borde izquierdo de cada lóbulo, designando por ω la nueva coordenada angular, que está ligada con la anterior por la relación

$$\psi = \omega - \psi_1$$

donde ψ_1 es el valor absoluto de ψ correspondiente al borde izquierdo.

La integración de este sistema de ecuaciones diferenciales, inabordable por métodos directos, puede lograrse mediante la adecuada aplicación del desarrollo en serie de Fourier a los esfuerzos y deformaciones.

Obsérvese para ello que el momento flector M a lo largo de cada generatriz de la cubierta es una función de x , simétrica respecto de su punto medio y cuyo desarrollo en serie de Fourier carece, por tanto, de términos en seno. Si además se toma el intervalo $-\frac{l}{2}, +\frac{l}{2}$ como representativo de un semiperíodo de la función M , siendo simétrico de éste respecto de su extremo el semiperíodo siguiente, se anulan los coeficientes de los términos en coseno de los múltiplos pares del argumento fundamental, que es $\frac{\pi x}{l}$; con lo cual dicho desarrollo puede relacionarse término a término con el de las cargas expresadas mediante la serie (2) y las que de ella se deducen. Por otra parte los coeficientes de este desarrollo de M , que tienen valores fijos para cada generatriz, varían al pasar de una a otra y son, por tanto, funciones de w . Puede, pues, escribirse como expresión del momento flector en un punto cualquiera de la cubierta:

$$M = - \sum f_{\mu}(w) \times \cos \frac{\mu x}{l} \quad (54)$$

donde el factor μ toma los valores $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

Sentado esto, de la ecuación (10) se deduce:

$$N = - \frac{1}{R} \sum \frac{df_{\mu}}{dw} \cos \frac{\mu x}{l} \quad (55)$$

De la (9)

$$Q = \sum \frac{1}{R} \frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} \cos \frac{\mu x}{l} \quad (56)$$

De la (8)

$$\frac{dS}{dx} = - \sum \frac{1}{R^2} \left(\frac{df_{\mu}}{dw} + \frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} \right) \cos \frac{\mu x}{l} \quad (57)$$

e integrando y teniendo en cuenta que en virtud de la simetría del sistema la constante de integración es nula

$$S = - \sum \frac{l}{\mu R^2} \left(\frac{df_{\mu}}{dw} + \frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} \right) \operatorname{sen} \frac{\mu x}{l} \quad (58)$$

De la (7)

$$\frac{dT}{dx} = - \frac{1}{R} \frac{dS}{dw}$$

e integrando y recordando que la constante de integración es nula, por serlo T y $\cos \frac{\mu x}{l}$ para $x = \pm \frac{l}{2}$;

$$T = - \sum \frac{l^2}{\mu^2 R^3} \left(\frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} + \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} \right) \cos \frac{\mu x}{l} \quad (59) \quad \times$$

De la (11)

$$E S \frac{dS}{dx} = - \sum \frac{l^2}{\mu^2 R^3} \left(\frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} + \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} \right) \cos \frac{\mu x}{l}$$

y teniendo en cuenta que la constante es nula por simetría,

$$E S S = - \sum \frac{l^2}{\mu^2 R^3} \left(\frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} + \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} \right) \operatorname{sen} \frac{\mu x}{l} \quad (60)$$

De la (13)

$$E S \frac{d\eta}{dx} = \sum \left[- \frac{2l}{\mu R^2} \left(\frac{df_{\mu}}{dw} + \frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} \right) + \frac{l^2}{\mu^2 R^4} \left(\frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} + \frac{d^5 f_{\mu}}{dw^5} \right) \right] \operatorname{sen} \frac{\mu x}{l}$$

$$E S \eta = \sum \left[\frac{2l^2}{\mu^2 R^2} \left(\frac{df_{\mu}}{dw} + \frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} \right) - \frac{l^4}{\mu^4 R^4} \left(\frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} + \frac{d^5 f_{\mu}}{dw^5} \right) \right] \cos \frac{\mu x}{l}$$

anulándose la constante de integración por ser cero η y $\cos \frac{\mu x}{l}$ para $x = \pm \frac{l}{2}$.

De la (12)

$$E S S = \sum \left[\frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} + \frac{2l^2}{\mu^2 R^2} \left(\frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} + \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} \right) - \frac{l^4}{\mu^4 R^4} \left(\frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} + \frac{d^6 f_{\mu}}{dw^6} \right) \right] \cos \frac{\mu x}{l} \quad (62) \quad \times$$

De la (14)

$$E g \Theta = \sum \left[-\frac{1}{R} \frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} + \frac{2l^2}{\mu^2 R^3} \left(\frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} + \frac{d^5 f_{\mu}}{dw^5} \right) - \frac{l^4}{\mu^4 R^5} \left(\frac{d^5 f_{\mu}}{dw^5} + \frac{d^7 f_{\mu}}{dw^7} \right) + \frac{2l^2}{\mu^2 R^3} \left(\frac{d f_{\mu}}{dw} + \frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} \right) - \frac{l^4}{\mu^4 R^5} \left(\frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} + \frac{d^5 f_{\mu}}{dw^5} \right) \right] \cos \frac{\mu \rho}{l}$$

ó bien

$$E g \Theta = \sum \left[-\frac{1}{R} \frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} + \frac{2l^2}{\mu^2 R^3} \left(\frac{d f_{\mu}}{dw} + 2 \frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} + \frac{d^5 f_{\mu}}{dw^5} \right) - \frac{l^4}{\mu^4 R^5} \left(\frac{d^3 f_{\mu}}{dw^3} + 2 \frac{d^5 f_{\mu}}{dw^5} + \frac{d^7 f_{\mu}}{dw^7} \right) \right] \cos \frac{\mu \rho}{l} \quad (63)$$

De la (15)

$$E g \chi = \sum \frac{1}{R^2} \left[-\frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} + \frac{2l^2}{\mu^2 R^2} \left(\frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} + \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} \right) - \frac{l^4}{\mu^4 R^4} \left(\frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} + \frac{d^6 f_{\mu}}{dw^6} \right) - \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} + \frac{2l^2}{\mu^2 R^2} \left(\frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} + \frac{d^6 f_{\mu}}{dw^6} \right) - \frac{l^4}{\mu^4 R^4} \left(\frac{d^6 f_{\mu}}{dw^6} + \frac{d^8 f_{\mu}}{dw^8} \right) \right] \cos \frac{\mu \rho}{l} = 0$$

o sea, ~~E g \chi~~
$$\sum \frac{1}{R^2} \left[-\frac{l^4}{\mu^4 R^4} \frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} - \left(\frac{2l^4}{\mu^4 R^4} - \frac{2l^2}{\mu^2 R^2} \right) \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} + \left(\frac{4l^2}{\mu^2 R^2} - \frac{l^4}{\mu^4 R^4} - 1 \right) \frac{d^6 f_{\mu}}{dw^6} + \left(\frac{2l^2}{\mu^2 R^2} - 1 \right) \frac{d^8 f_{\mu}}{dw^8} - \frac{12R^2}{g^2} f_{\mu} \right] \cos \frac{\mu \rho}{l} = 0$$

Ordenando y haciendo $\nu = \mu^2 \frac{R^2}{l^2}$ y $h = \frac{R}{g} \sqrt{3}$ queda, por último, (64)

$$\frac{1}{R^2} \sum \left(\left[\left(\frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} + 2(1-\nu) \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} + (1-4\nu+\nu^2) \frac{d^6 f_{\mu}}{dw^6} - (2\nu-\nu^2) \frac{d^8 f_{\mu}}{dw^8} + 4\nu^2 h^2 f_{\mu} \right] \cos \frac{\mu \rho}{l} \right) \right) = 0 \quad (65)$$

Ahora bien; como esta condición ha de cumplirse para todos los puntos de la cubierta y, por tanto, para todos los valores de ρ , es preciso que los paréntesis cuadrados (que son independientes de ρ) sean todos nulos, quedando así definida, finalmente, cada una de las funciones f_{μ} mediante la ecuación diferencial

$$\frac{d^2 f_{\mu}}{dw^2} + 2(1-\nu) \frac{d^4 f_{\mu}}{dw^4} + (1-4\nu+\nu^2) \frac{d^6 f_{\mu}}{dw^6} - (2\nu-\nu^2) \frac{d^8 f_{\mu}}{dw^8} + 4\nu^2 h^2 f_{\mu} = 0$$

en la cual el parámetro γ varía con la función al dar a μ los valores ya indicados $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$

Esta ecuación diferencial es lineal, homogénea y de coeficientes constantes; su integral general es, por consiguiente, de la forma:

$$f_{\mu}(w) = T_1 e^{m_1 w} + T_2 e^{m_2 w} + \dots + T_8 e^{m_8 w}$$

donde T_1, T_2, \dots, T_8 son las constantes de integración y m_1, m_2, \dots, m_8 las raíces de la ecuación característica.

$$m^8 + 2(1-\gamma)m^6 + (1-4\gamma+\gamma^2)m^4 - (2\gamma-\gamma^2)m^2 + 4\gamma^2\lambda^2 = 0 \quad (67)$$

Dadas las dimensiones que suelen tener las cubiertas de este tipo, los coeficientes de las potencias de m en esta ecuación son pequeños respecto del término independiente, y las raíces de la misma son, por tanto, todas imaginarias, conjugadas dos a dos, naturalmente. Y por carecer la ecuación de los términos en potencias pares de la variable, dichas raíces son también dos a dos iguales y de signo contrario. Los 8 valores de m se obtienen, pues, haciendo todas las combinaciones de signos en dos expresiones del tipo

$$\begin{aligned} m_{1,2,3,4} &= \pm J_1 \pm K_1 i \\ m_{5,6,7,8} &= \pm j_1 \pm k_1 i \end{aligned} \quad (68)$$

Teniendo en cuenta estas relaciones y aplicando la transformación de Euler, para evitar el manejo de elementos imaginarios, la integral general antes indicada puede ponerse en la conocida forma:

$$\begin{aligned}
 r_{\mu}(w) = & e^{J_1 w} (A \operatorname{sen} K_1 w + B \operatorname{cos} K_1 w) \\
 & + e^{j_1 w} (C \operatorname{sen} k_1 w + D \operatorname{cos} k_1 w) \\
 & + e^{-J_1 w} (G \operatorname{sen} K_1 w + L \operatorname{cos} K_1 w) \\
 & + e^{-j_1 w} (H \operatorname{sen} k_1 w + O \operatorname{cos} k_1 w)
 \end{aligned}
 \tag{69}$$

El cálculo de los valores de J_1 , K_1 , j_1 y k_1 , partes reales e imaginarias de las raíces de la ecuación característica, puede hacerse por el método de Dischinger, empleado en el cálculo de las cubiertas de Francfort y Budepest, por ejemplo; pero es más sencillo y rápido el que proponemos a continuación, basado como aquél en la circunstancia de ser muy pequeños respecto del término independiente los demás coeficientes de la ecuación característica.

Sea

$$m^8 + z_1 m^6 + z_2 m^4 + z_3 m^2 + W = 0$$

dicha ecuación característica. Despejando m en el primer término, se tiene:

$$m = \sqrt[8]{-W - z_1 m^6 - z_2 m^4 - z_3 m^2}$$

Haciendo $\tau = \sqrt[8]{-W}$ y desarrollando por la fórmula de Newton,

$$\begin{aligned}
 m = & (\tau^8 - z_1 m^6 - z_2 m^4 - z_3 m^2)^{\frac{1}{8}} = \tau - \frac{1}{8} \tau^{-7} (z_1 m^6 + z_2 m^4 + z_3 m^2) \\
 & - \frac{\frac{1}{8} \times \frac{7}{8}}{1 \times 2} \tau^{-15} (z_1 m^6 + z_2 m^4 + z_3 m^2)^2 + \dots
 \end{aligned}$$

Tomando los dos primeros términos del desarrollo, se obtiene como valor aproximado

$$m = \tau - \frac{1}{8} z_1 \tau^{-7} m^6 \cong \tau - \frac{z_1}{8 \tau^7}$$

Y sustituyendo este valor en lugar de m en el desarrollo,

y limitando éste en los términos en z^{-3} , resulta finalmente como valor de \underline{m}

$$m = z - \frac{z_1}{8z} + \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2\right) \frac{1}{8z^3} \quad (70)$$

El error cometido al limitar así el desarrollo, representado aproximadamente por los términos en z^{-5} de éste, vale

$$\varepsilon \approx \frac{z_1^3 - 2,4z_1z_2 - 6,4z_3}{50z^5} \quad (71)$$

Haciendo ahora $\rho = \sqrt[8]{W}$ (valor aritmético); recordando que

$$z = \sqrt[8]{-W} = \rho \left(\cos \frac{(2n+1)\pi}{8} + i \operatorname{sen} \frac{(2n+1)\pi}{8} \right)$$

teniendo en cuenta que estos seno y coseno solo tienen dos valores numéricamente distintos, que corresponden a $n = 0$ y $n = 1$; sustituyendo estos valores de z en las fórmulas anteriores; separando la parte real y la imaginaria de \underline{m} (que son las J_1 , K_1 , j_1 y k_1 antes consideradas); y sustituyendo los valores numéricos de las líneas trigonométricas que intervienen en las fórmulas, resulta finalmente

$$\begin{aligned} \pm J_1 &= 0,9238795 \left(\rho - \frac{z_1}{8\rho} \right) + 0,0478354 \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2 \right) \frac{1}{\rho^3} \\ \pm K_1 &= 0,3826834 \left(\rho + \frac{z_1}{8\rho} \right) - 0,1154849 \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2 \right) \frac{1}{\rho^3} \\ \pm j_1 &= 0,3826834 \left(\rho - \frac{z_1}{8\rho} \right) - 0,1154849 \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2 \right) \frac{1}{\rho^3} \\ \pm k_1 &= 0,9238795 \left(\rho + \frac{z_1}{8\rho} \right) + 0,0478354 \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2 \right) \frac{1}{\rho^3} \end{aligned} \quad (72)$$

siendo los errores respectivos del orden de

$$\varepsilon_{J_1} = \varepsilon_{K_1} \approx 0,002 \frac{z_1^3 - 2,4z_1z_2 - 6,4z_3}{\rho^5}$$

$$\varepsilon_{j_1} = \varepsilon_{k_1} \approx 0,02 \frac{z_1^3 - 2,4z_1z_2 - 6,4z_3}{\rho^5}$$

(73)

Una vez calculados los valores de J_1 , K_1 , j_1 y k_1 correspondientes a cada f_μ , es preciso, para conocer completamente estas funciones y con ellas los esfuerzos y deformaciones, determinar las constantes de integración que entran en ellas mediante las condiciones en los bordes. Antes de abordar este cálculo, conviene, sin embargo, hacer dos observaciones, que le simplifican en gran manera.

Es la una que de los ocho términos que componen cada función f_μ , los cuatro que tienen negativo el exponente de e son funciones periódicas decrecientes con los valores crecientes de w y los otros cuatro ^{son} funciones crecientes con estos valores; o lo que es igual, si se toma un borde de la cubierta como origen de la variable w y se designa por Ω el ángulo total de la cubierta, los cuatro primeros términos representan ondas amortiguadas ^{guadas} desde el borde $w = 0$ (si $w = \Omega$, y los otros cuatro términos ondas amortiguadas de $w = \Omega$ a $w = 0$. Cuando el espesor de la cubierta es pequeño y su ángulo grande, como sucede en nuestro caso, los

Nota: Aunque los errores dados por las fórmulas anteriores serán de ordinario muy inferiores a los producidos por la inexactitud de los datos, puede tener interés observar que en el caso de que estas fórmulas no den garantía de aproximación suficiente, puede ésta comprobarse y aumentarse calculando nuevamente m por la fórmula

$$m = \sqrt[3]{[-W - z_1 J_6 - z_2 J_4 - z_3 J_2] + [-z_1 K_6 - z_2 K_4 - z_3 K_2]} i$$

que resulta de sustituir en la primera expresión de m el valor ya obtenido y hacer

$$J_{\bar{n}} + K_{\bar{n}} i = (J_1 + K_1 i)^{\bar{n}}$$

El cálculo de dicha fórmula, como también el de las $J_{\bar{n}}$ y $K_{\bar{n}}$, puede hacerse trigonométricamente. También pueden calcularse las $J_{\bar{n}}$ y $K_{\bar{n}}$, que de todos modos son necesarias para los cálculos posteriores, por las conocidas fórmulas de recurrencia

$$K_{\bar{n}} = J_{\bar{n}-1} K_1 + J_1 K_{\bar{n}-1} \tag{75}$$

$$J_{\bar{n}} = J_{\bar{n}-1} J_1 - K_{\bar{n}-1} K_1 \tag{74}$$

que resultan de igualar las partes reales y las imaginarias en la fórmula que sirve de definición a estas cantidades.

exponentes son grandes, y las ondas, por tanto, muy amortiguadas. Si además las condiciones en ambos bordes son comparables en magnitud, la influencia en cada una de las ondas que parten del otro ^{es} son despreciables al lado de las que nacen en aquél, y se puede, por consiguiente, reducir a los cuatro términos correspondientes la expresión de cada función f_{μ} , al tratar de determinar sus constantes por las condiciones en los bordes; quedando así reducida la expresión de f_{μ} a la siguiente:

$$f_{\mu}(w) = e^{J_1 w} (A \operatorname{sen} k_1 w + B \operatorname{cos} k_1 w) + e^{j_1 w} (C \operatorname{sen} k_1 w + D \operatorname{cos} k_1 w) \quad (76)$$

La otra observación se refiere al planteamiento de estas condiciones. Conocida la forma de estas funciones f_{μ} , a reserva de determinar sus constantes de integración, las ecuaciones (7) a (15) de equilibrio y deformación del elemento de cubierta permiten expresar en forma análoga los esfuerzos y corrimientos $M, N, T, Q, S, \xi, \eta, \zeta$ y θ , obteniéndose para cada uno de ellos un desarrollo de la forma

$$\sum \psi_{\mu} \cos \frac{\mu \varphi}{l}, \text{ o bien, } \sum \psi_{\mu} \operatorname{sen} \frac{\mu \varphi}{l},$$

en el cual los coeficientes ψ_{μ} de los senos o cosenos son funciones solo de w , cuya forma será deducida oportunamente. Y las condiciones en los bordes se reducen a igualar dos desarrollos de este tipo en senos o dos en cosenos. Pero como estas condiciones han de cumplirse para todos los puntos de la generatriz de borde, es decir, para todos los valores de φ , ello implica la igualdad de los coeficientes correspondientes dos a dos. Lo cual quiere decir que el

en la cual J_1 y j_1 son los valores negativos y K_1, k_1 los positivos de estos coeficientes.

c-álculo de las funciones f_p y de los esfuerzos y deformaciones del sistema puede hacerse término a término, combinando por separado los términos que ocupan el mismo lugar en los desarrollos de las cargas, esfuerzos y corrimientos. No es preciso insistir en la importancia de esta simplificación, que hace posible un cálculo que de otro modo no lo sería prácticamente; siendo de advertir que de ordinario bastará considerar los dos ó tres primeros términos de cada desarrollo para obtener una aproximación suficiente.

FORMACION DE LAS EXPRESIONES DE ESFUERZOS Y CORRIMIENTOS POR EFECTO DE BORDE.-

Con la expresión (76) es fácil formarlas, pues basta llevar el valor de f a las ecuaciones (54) a (63) inclusive.

La primera derivada de f según (76) es

$$\frac{df}{dw} = A(J_1 e^{J_1 w} \operatorname{sen} k_1 w + K_1 e^{J_1 w} \operatorname{con} k_1 w) + B(J_2 e^{J_2 w} \operatorname{con} k_2 w - K_2 e^{J_2 w} \operatorname{sen} k_2 w) + \\ + C(j_1 e^{j_1 w} \operatorname{sen} k_1 w + k_1 e^{j_1 w} \operatorname{con} k_1 w) + D(j_2 e^{j_2 w} \operatorname{con} k_2 w - k_2 e^{j_2 w} \operatorname{sen} k_2 w)$$

y teniendo presente la ley de deformación de J_n y K_n que expresan las fórmulas (74) y (75) puede ponerse como expresión general de cualquier derivada de f :

$$\frac{d^n f}{dw^n} = A(J_n e^{J_n w} \operatorname{sen} k_n w + K_n e^{J_n w} \operatorname{con} k_n w) + B(J_n e^{J_n w} \operatorname{con} k_n w - K_n e^{J_n w} \operatorname{sen} k_n w) + \\ + C(j_n e^{j_n w} \operatorname{sen} k_n w + k_n e^{j_n w} \operatorname{con} k_n w) + D(j_n e^{j_n w} \operatorname{con} k_n w - k_n e^{j_n w} \operatorname{sen} k_n w) \quad (77)$$

Por la forma de la expresión de las derivadas y por la de las ecuaciones (54) a (63), antes citadas, se comprende que los esfuerzos y corrimientos en un punto cualquiera (x, w) de la lámina pueden encuadrarse bajo esta forma general para cada término de las series:

$$\left(\operatorname{sen} \frac{\mu x}{l} \text{ o } \operatorname{con} \frac{\mu x}{l} \right) \times \left[\begin{array}{l} A(\alpha e^{J_1 w} \operatorname{con} k_1 w + \beta e^{J_1 w} \operatorname{sen} k_1 w) \\ + B(\beta e^{J_2 w} \operatorname{con} k_2 w - \alpha e^{J_2 w} \operatorname{sen} k_2 w) \\ + C(\gamma e^{j_1 w} \operatorname{con} k_1 w + \delta e^{j_1 w} \operatorname{sen} k_1 w) \\ + D(\delta e^{j_2 w} \operatorname{con} k_2 w - \gamma e^{j_2 w} \operatorname{sen} k_2 w) \end{array} \right]$$

o bien:

$$\left(\operatorname{sen} \frac{\mu x}{l} \text{ o } \operatorname{con} \frac{\mu x}{l} \right) [A a_w + B b_w + C c_w + D d_w] \quad (78)$$

siendo

$$\begin{aligned}
 a_w &= \alpha e^{j_1 w} \cos k_1 w + \beta e^{j_1 w} \sin k_1 w \\
 b_w &= \beta e^{j_1 w} \cos k_1 w - \alpha e^{j_1 w} \sin k_1 w \\
 c_w &= \gamma e^{j_1 w} \cos k_1 w + \delta e^{j_1 w} \sin k_1 w \\
 d_w &= \delta e^{j_1 w} \cos k_1 w - \gamma e^{j_1 w} \sin k_1 w
 \end{aligned}
 \tag{79}$$

Y los valores de los coeficientes α , β , γ y δ , que se deducen desarrollando las expresiones (54) a (63) y teniendo presente la (77), son

$$\begin{aligned}
 \alpha_M &= -1 \\
 \alpha_N &= -\frac{1}{R} K_1 \\
 \alpha_Q &= +\frac{1}{R} K_2 \\
 * \alpha_S &= -\frac{1}{R^2} (K_1 + K_3) \\
 \alpha_T &= -\frac{1}{\nu R} (K_2 + K_4) \\
 \alpha_\eta &= +\frac{2}{\nu} (K_1 + K_3) - \frac{1}{\nu^2} (K_3 + K_5) \\
 \alpha_\zeta &= -K_2 + \frac{2}{\nu} (K_2 + K_4) - \frac{1}{\nu^2} (K_4 + K_6) \\
 \alpha_\theta &= -\frac{K_3}{R} + \frac{2}{R\nu} (K_1 + 2K_3 + K_5) - \frac{1}{R\nu^2} (K_3 + 2K_5 + K_7)
 \end{aligned}
 \tag{80}$$

Los β son idénticos sustituyendo K por J , y los δ y γ se forman poniendo j y k respectivamente.

Para poder formar las expresiones (78) que nos han de dar los valores de $M, N, Q, S, T, E_g \eta, E_g \xi, \text{ y } E_g \theta$ que nos interesan, nos falta solamente conocer los valores de las constantes A, B, C, D , que vienen impuestos por las condiciones límites o condiciones de sustentación en los bordes.

Ya dijimos que todos estos esfuerzos g y corrimientos producidos por el efecto de cada uno de los bordes han de sumarse a los del efecto del otro borde y a los correspondientes del efecto membrana para formar los valores reales. Recordemos también que cada una de las constantes A, B, C, D representa o está formada por los seis valores A'_p, A'_v, A'_n

$A''_p, A''_v, A''_n, B'_p, B'_v$ -----

correspondientes a las cargas de peso, viento y nieve, cuyas leyes de repartición son distintas, y a los dos primeros términos de las series de Fourier, si, como dijimos al principio, nos basta con estos dos primeros términos.

Como consecuencia de ello en el borde común nos resultan las 48 incógnitas siguientes:

A^{·I} B^{·I} C^{·I} D^{·I} B^{·I} B^{·I} C^{·I} D^{·I} A^{·I} B^{·I} C^{·I} D^{·I}
dp dp dp dp dv dv dv dv dn dn dn dn

A^{·II} B^{·II} C^{·II} D^{·II} A^{·II} B^{·II} C^{·II} D^{·II}
ip ip ip ip iv iv iv iv

A^{·II} B^{·II} C^{·II} D^{·II}
in in in in

A^{··I} B^{··I} C^{··I} D^{··I} A^{··I} B^{··I} C^{··I} D^{··I}
dp dp dp dp dv dv dv dv

A^{··I} B^{··I} C^{··I} D^{··I}
dn dn dn dn

A^{··II} B^{··II} C^{··II} D^{··II} A^{··II} B^{··II} C^{··II} D^{··II}
ip ip ip ip iv iv iv iv

A^{··II} B^{··II} C^{··II} D^{··II}
in in in in

a las que hay que añadir las seis tensiones parciales

t' t' t' t'' t'' t''
p v n p v n

cuya suma se fija como dato del problema por razones económicas y de seguridad, pero cuyos valores o importancias relativas se desconocen a priori; Son pues 54 incógnitas.

Recordando que la gaviota es ortogonal, y que en un borde cualquiera se desprecia el efecto del borde opuesto del mismo lóbulo, por llegar sobradamente amortizado, las condiciones de equilibrio o sustentación en este borde común de ambos lóbulos plantean los siete grupos siguientes de ecuaciones, con el total necesario de 54.

- 1) El corrimiento radial d el borde de cada l6bulo tiene que ser igual al tangencial del otro y, por consiguiente, (pasado el t6rmino de membrana al segundo miembro) se tiene:

$$A_d^I a_\xi + B_d^I b_\xi + C_d^I c_\xi + D_d^I d_\xi = - \xi_{md}^I - \eta_i^{II}$$

$$A_i^{II} a_\xi + B_i^{II} b_\xi + C_i^{II} c_\xi + D_i^{II} d_\xi = - \xi_{mi}^{II} - \eta_d^I \quad (81)$$

ecuaciones que repetidas para $\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p & v & n & p & v & n \end{matrix}$ dan un conjunto de doce ecuaciones.

Observemos que, adem6s de las constantes desconocidas, se desconocen tambi6n los valores de η^I y η^{II} , que han de estar a su vez formados por expresiones de la forma:

$$A a \eta + B b \eta + C c \eta + D d \eta + \dots \eta$$

- 2) El equilibrio entre las fuerzas Q, N y P da igualmente las doce ecuaciones siguientes:

$$A_d^I a_Q + B_d^I b_Q + C_d^I c_Q + D_d^I d_Q = - Q_{md}^I + P_{md}^I + N_i^{II}$$

$$A_i^{II} a_Q + B_i^{II} b_Q + C_i^{II} c_Q + D_i^{II} d_Q = - Q_{mi}^{II} + P_{mi}^{II} + N_d^I \quad (82)$$

- 3) El equilibrio de momento da:

$$A_{dM}^{II} a + B_{dM}^I b + C_{dM}^I c + D_{dM}^I d = - M^{II}$$

$$A_{iM}^{II} a + B_{iM}^{II} b + C_{iM}^{II} c + D_{iM}^{II} d = - M^I \quad (83)$$

En realidad, estas ecuaciones son una misma porque el primer miembro de la primera es precisamente la expresi6n del segundo de la otra y viceversa; de modo que se obtienen solamente

seis ecuaciones.

- 4) La tensión unitaria de la generatriz de borde en cada lóbulo tiene que ser igual a la del tirante común:

$$\frac{A^I_a}{dT} + \frac{B^I_b}{dT} + \frac{C^I_c}{dT} + \frac{D^I_d}{dT} = - \frac{T^I}{md} + tg \quad (84)$$

$$\frac{A^{II}_a}{i T} + \frac{B^{II}_b}{i T} + \frac{C^{II}_c}{i T} + \frac{D^{II}_d}{i T} = - \frac{T^{II}}{mi} + tg$$

Son doce ecuaciones.

- 5) La igualdad del corrimiento angular de las normales en la gaviota da otras seis ecuaciones de la forma:

$$\theta_j^I = \theta_i^{II} \quad (85)$$

- 6) Las tensiones unitarias según la generatriz correspondientes ^a peso, viento y nieve ^{para el} en primer término de la serie de Fourier han de satisfacer la condición:

$$t'_j = \iint_0^h \frac{1}{2} \left(\frac{dS_d^{I'}}{dx} \leftrightarrow \frac{dS_i^{II'}}{dx} \right) dx^2 = \frac{l^2}{\pi^2} \left(\frac{dS_d^{I'}}{dx} \leftrightarrow \frac{dS_i^{II'}}{dx} \right)$$

y ^{para el} con el segundo término de la serie la condición:

$$t''_j = \iint_0^h \frac{1}{9} \left(\frac{dS_d^{II'}}{dx} \leftrightarrow \frac{dS_i^{III'}}{dx} \right) dx^2 = \frac{l^2}{9\pi^2} \left(\frac{dS_d^{II'}}{dx} \leftrightarrow \frac{dS_i^{III'}}{dx} \right)$$

Por consiguiente, se tienen las cinco ecuaciones:

$$\frac{t'_p}{t'_v} = \frac{\frac{dS_{dp}^{I'}}{dx} \leftrightarrow \frac{dS_{ip}^{II'}}{dx}}{\frac{dS_{dv}^{I'}}{dx} \leftrightarrow \frac{dS_{iv}^{II'}}{dx}} \quad \frac{t'_p}{t'_n} = \frac{\frac{dS_{dp}^{I'}}{dx} \leftrightarrow \frac{dS_{ip}^{II'}}{dx}}{\frac{dS_{dn}^{II'}}{dx} \leftrightarrow \frac{dS_{in}^{III'}}{dx}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{t_p''}{t_v''} &= \frac{\frac{dS_{dp}^{nI}}{dx} \rightarrow \frac{dS_{ip}^{nII}}{dx}}{\frac{dS_{dv}^{nI}}{dx} \rightarrow \frac{dS_{iv}^{nII}}{dx}} \quad \frac{t_p''}{t_n''} = \frac{\frac{dS_{dp}^{nI}}{dx} \rightarrow \frac{dS_{ip}^{nII}}{dx}}{\frac{dS_{dn}^{nI}}{dx} \rightarrow \frac{dS_{in}^{nII}}{dx}} \\ \frac{t_p'}{t_p''} &= g \frac{1}{g} \times \frac{\frac{dS_{dp}^{nI}}{dx} \rightarrow \frac{dS_{ip}^{nII}}{dx}}{\frac{dS_{dp}^{nI}}{dx} \rightarrow \frac{dS_{ip}^{nII}}{dx}} \end{aligned} \right\} (86)$$

~~que son tres ecuaciones~~ a las que se añade por último:

$$t_p' + t_v' + t_n' + t_p'' + t_v'' + t_n'' = t \quad (87)$$

con la que se establece en el tirante la tensión unitaria prevista como más conveniente y con la que se tiene el total de 54 ecuaciones.

Esta carga unitaria es esta repartida al material de la línea, y ha de ser por tanto igual a la carga prevista para el acero por el coeficiente unitario de los E de aluminio y acero.

Para resolver este sistema formemos los sistemas auxiliares que se indican a continuación

$$\begin{array}{l} Aa_g + Bb_g + Cc_g + Dd_g = 1 \\ Aa + Bb + Cc + Dd = 0 \\ Aa + Bb + Cc + Dd = 0 \\ Aa + Bb + Cc + Dd = 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} = 0 \\ = 1 \\ = 0 \\ = 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} = 0 \\ = 0 \\ = 1 \\ = 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} = 0 \\ = 0 \\ = 0 \\ = 1 \end{array} \right| \quad (88)$$

repetidos con los índices (^I d), (^{II} i), (^I d) y (^{II} i); y

para distinguir sus resultados, daremos a las soluciones del primer sistema el subíndice S = 1 a las de los otros sucesivamente Q = 1, N = 1, T = 1.

La tensión total en el cordón será:

$$\frac{L^2}{\pi^2} \left(\frac{dS_{dp}^{nI}}{dx} + \frac{dS_{ip}^{nII}}{dx} + \frac{dS_{dv}^{nI}}{dx} + \frac{dS_{iv}^{nII}}{dx} + \frac{dS_{dn}^{nI}}{dx} + \frac{dS_{in}^{nII}}{dx} \right) + \frac{L^2}{9\pi^2} \left(\frac{dS_{dp}^{nI}}{dx} + \frac{dS_{ip}^{nII}}{dx} + \frac{dS_{dv}^{nI}}{dx} + \frac{dS_{iv}^{nII}}{dx} + \frac{dS_{dn}^{nI}}{dx} + \frac{dS_{in}^{nII}}{dx} \right) \quad (89)$$

Es evidente que si conociéramos los valores de los segundos miembros de los grupos de ecuaciones del sistema general 1) 2) 3) y 4), el valor de una cualquiera de las constantes desconocidas vendría dado por la suma de los productos de los valores de estas incógnitas en los sistemas auxiliares por los segundos miembros antedichos. Un ejemplo aclarará esta idea mejor que cualquier explicación; A^I vendrá dado por

$$A_{dp}^{I,I} = A_{dp(S=1)}^{I,I} \times (-\sum_{m=1}^d S_{mdp}^{I,I} - \eta_{ip}^{I,II}) + A_{dp(Q=1)}^{I,I} \times (-Q_{mdp}^{I,I} + \cancel{A_{dp}^{I,I}} + N_{ip}^{I,II}) + A_{dp(M=1)}^{I,I} \times (-M_{ip}^{I,II}) + A_{dp(T=1)}^{I,I} \times (-T_{mdp}^{I,I} + t'_{pg}) \quad (89)$$

Análoga expresión podría escribirse para B, C y D y para los índices y subíndices

$$\begin{matrix} \text{'I} & \text{'I} & \text{'I} & \text{'II} & \text{'II} & \text{'II} & \text{'I} & \text{'I} & \text{'I} \\ () & () & () & () & () & () & () & () & () \\ dp & dv & dn & ip & iv & in & dp & dv & dn \\ \\ \text{'II} & \text{'II} & \text{'II} \\ () & () & () \\ ip & iv & in \end{matrix}$$

pero para formar el valor antedicho $A_{dp}^{I,I}$ nos faltan por conocer $\eta_{ip}^{I,II}, N_{ip}^{I,II}, M_{ip}^{I,II}$ y t'_{pg} , en cuyas expresiones están las mismas constantes desconocidas; análogas expresiones se obtendrían para los valores correspondientes a los otros subíndices.

Por otra parte el conjunto de valores ha de satisfacer los grupos de ecuaciones (85) y (86).

Podemos resolver el problema por aproximaciones sucesivas, una vez resueltos los sistemas auxiliares. Demos unos valores cualquiera a los η, N, M, t que entran en las

expresiones (80), cero por ejemplo (o mejor unos valores que a ojo nos parezca que pueden coincidir con la realidad); con estos valores podemos formar los valores aproximados de las diferentes constantes A B C D aplicando las expresiones (89); y con ellas los nuevos valores de η , N, θ y

$\frac{dS}{dP}$ dados por las expresiones

$$\eta = Aa\eta + Bb\eta + Cc\eta + Dd\eta + \eta_m$$

$$N = AaN + BbN + CcN + DdN + N_m$$

$$\theta = Aa\theta + Bb\theta + Cc\theta + Dd\theta + \theta_m$$

$$\frac{dS}{dP} = Aa\frac{dS}{dP} + Bb\frac{dS}{dP} + Cc\frac{dS}{dP} + Dd\frac{dS}{dP} + \frac{dS}{dP}_m$$

(90)

Para obtener la segunda aproximación de valores A B C D, basta repetir el cálculo de las expresiones (89) introduciendo estos nuevos valores de η y de N, unos nuevos valores de M fijados a sentimiento para que los dos valores θ^I y θ^{II} ultimamente deducidos tiendan a igualarse, como exigen las ecuaciones del grupo (85), y unos nuevos valores de t , que tiendan igualmente a satisfacer la ecuación del grupo (86), en cuyo denominador entra la t en cuestión, y simultáneamente la (87). Volviendo a formar las expresiones de η , N, θ $\frac{dS}{dP}$ se puede repetir el tanteo hasta obtener la aproximación deseada.

La fijación de estos valores por tanteos sucesivos ^{es}/relativamente fácil; M influye muy directamente en los valores de θ resultante; y no es necesario que estos se igualen exactamente, bastando con que las variaciones de M que hacen cambiar de signo el valor $\theta^I - \theta^{II}$ en dos tanteos sucesivos esté dentro de los límites prácticamente admisibles para M; en cuanto a los valores de t los tanteos son breves porque tampoco es necesario que la ecuación (87) via-

cierra

se exactamente, bastando con que el valor o carga unitaria del material sea aceptable.

DETERMINACION DE LAS CONSTANTES DE INTEGRACION EN LOS BORDES EXTERIORES.-

Los bordes exteriores van articulados y con libre dilatación longitudinal, pero sin posibilidad de movimientos transversales, ni horizontal ni verticalmente.

No se dispone en ellos tirante ^{supletorio de} exterior a la lámina, como en la gaviota, porque la armadura resultante es pequeña y no sobrepasa la sección virtual de la lámina; lo cual permite simplificar mucho el problema, pues pueden establecerse por separado los sistemas de ecuaciones para peso, viento y nieve y para cada término de la serie.

En efecto, para cada uno de estos casos han de verificarse las cuatro condiciones siguientes: Nulidad del corrimiento tangencial, nulidad del momento flector, nulidad del corrimiento radial, y nulidad del esfuerzo cortante por no haber tirante ni elemento que los absorba.

Resultan, pues, sistemas independientes de ecuaciones de la forma:

$$\begin{aligned}
Aa_{\xi} + Bb_{\xi} + Cc_{\xi} + Dd_{\xi} &= - E_{\xi} S_m \\
Aa_{\eta} + Bb_{\eta} + Cc_{\eta} + Dd_{\eta} &= - E_{\eta} \eta_m \\
Aa_M + Bb_M + Cc_M + Dd_M &= 0 \\
Aa_S + Bb_S + Cc_S + Dd_S &= - \frac{dS_m}{dx}
\end{aligned}
\tag{92}$$

repetidos para (') (') (') (') (') (') ('), con los que se determinan las incógnitas A B C D correspondientes a cada uno de estos seis casos.

DETERMINACION DE LOS ESFUERZOS Y CORRIMIENTOS TOTALES .-

55

Estos valores son en cada punto suma de los correspondientes a los efectos de los dos bordes y al efecto de membrana.

Estos últimos se deducen de las fórmulas (16 - 53), aplicando los valores correspondientes a los dos primeros términos de las series.

(*) α_s se refiere no a S sino a $\frac{dS}{d\rho}$

Basta hallar los valores para $\varphi = 0$ ó para $\varphi = \frac{\rho}{2}$ según que las expresiones contengan $\cos \frac{\mu\varphi}{\rho}$ ó $\sin \frac{\mu\varphi}{\rho}$, pues con ello quedan determinados para otros valores de φ .

Como se trata de leyes sinusoidales sobre la directriz es más práctico hallar solo los máximos y trazar gráficamente los diagramas. Recuérdese que es necesario hallar los valores correspondientes a los dos primeros términos de la serie (') ('').

Para la determinación de los esfuerzos correspondientes a un efecto de borde, se calculen primeramente los valores de

$$e^{j,w} \text{ en } k,w, e^{-j,w} \text{ sen } k,w, e^{j,w} \text{ en } k,w, e^{-j,w} \text{ sen } k,w.$$

para distintos valores de w , y se dibujan en cuatro curvas, haciendo coincidir las abscisas, con lo que se pueden apreciar los puntos o valores particulares de w mas importantes, esto es, los puntos que mejor han de definir el trazado de las curvas (79) formadas por las sumas de los productos de estos valores por constantes diferentes.

Para esos valores particulares de w se hallan los de a, b, c, d correspondientes a las distintas cargas y corrimientos que interesan de acuerdo con las expresiones (79), para cuya formación se habrán formado primeramente los de $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ deducidos de las (80).

Una vez obtenidos estos valores en cada lóbulo para (') y (''), se pueden formar las expresiones (78) de los esfuerzos y corrimientos debidos a los efectos de cada borde para los valores particulares de w antedichos a partir

Nota: Recordamos, como ya se ha dicho en el capítulo de Hipótesis, que en el cálculo numérico y gráfico siguiente se han trazado estas curvas tomando 0,40 de los valores correspondientes al viento, y el 2,0 de los de nieve, para incluir la nueva hipótesis de succiones de viento propuesta en el informe de los Sres. Ribera y Aguirre.

del borde correspondiente, y trazar con ellos las curvas completas. (~~Figs. 9, 10, 11~~).

Tendremos así para cada esfuerzo o corrimiento y para cada carga exterior (peso, viento o nieve) las nueve curvas correspondientes a los efectos de ambos bordes y al de membrana y a los dos términos de la serie, cuya suma algébrica nos dará el valor real.

Trazadas estas curvas sumas, ha de hacerse todavía la combinación más desfavorable de los valores de peso, de viento y de nieve para obtener la curva de valores máximos positivos y negativos de cada esfuerzo o corrimiento a lo largo de la directriz. (~~Figs. 9, 10, 11 y 12~~).

Para determinar los diferentes valores en otras directrices, o sea, para valores de φ distintos de 0 y de $\frac{l}{2}$, parece necesario aplicar las leyes $(\text{sen o cos}) \frac{\pi \varphi}{l}$ y $(\text{sen o cos}) \frac{3\pi \varphi}{l}$ por separado para cada término o parte del esfuerzo o corrimiento, ~~pero como sabemos o podemos deducir a la vista de las distintas series que al aplicar éstas completas,~~ *pero podemos admitir para el conjunto que* las leyes de variación a lo largo de la generatriz ~~serían~~ ^{según} parabólicas para T y para M, lineal para S, constante para Q, etc., ~~consideramos preferible aplicar directamente estas leyes.~~

De este modo podemos acotar sobre una planta desarrollada de una lámina los valores que interesan principalmente; esto es, los de T, Q, S y M; pues los de N son pequeños y los de los corrimientos en cada punto interesan menos (~~Fig. 13~~).

Conocidos los valores de T , Q , y S , en un punto cualquiera, puede ya trazarse el círculo de Mohr correspondiente y gráficamente la dirección y magnitud de los dos esfuerzos principales en el plano tangente a la lámina (~~Fig. 14~~) y con ello los planos de isostáticas y de isobaras de compresiones, tensiones principales máximas (~~Figs. 15, 16 y 17~~).

Con estos y con los planos de isobaras de M (~~Fig. 13~~), se fijan definitivamente las direcciones y cuantías de las armaduras y cargas de trabajo en toda la lámina. (~~Figs. 15, 16 y 17~~).

Por último, los valores de S , Q , y N en todo el contorno permiten proyectar las estructuras de sustentación.

Comprobación de las estructuras sustentantes

Habiendo prescindido en las hipótesis ^{adaptadas} de la flexión longitudinal, debemos ahora admitir que las reacciones de puentes rígidos sobre la línea se reducen a los esfuerzos cortantes S' en el plano tangente; Como por otra parte admitida una ley lineal para S' sus valores en la directriz extrema vienen dados por:

$$S' = \frac{l}{2} \int \frac{dS}{ds} R dy$$

en la que la integral extendida a los trozos de arco que corresponden a cada vado de la poligonal que rigidiza el arco o directriz extrema puede hallarse gráficamente sobre el diagrama de $\frac{dS}{ds}$ a lo largo de la directriz.

Como la variación de pendiente en cada trozo de arco es pequeña puede admitirse que estos esfuerzos actúan sobre cada vado según la tangente a la directriz, y descomponiéndose vertical y horizontalmente tener los ejes axiales sobre pilares y riostras.

Además de estas cargas axiales, actúa sobre las cabezas de los pilares el esfuerzo correspondiente a un corrimiento en la dirección de las generatrices cuyo valor máximo podemos fijar en lcm , correspondiendo uno a las deformaciones termicas,

y de pugnados en los 27,5 m de generatriz, y otra a deformación elástica de la misma por los esfuerzos longitudinales, que pasan de un máx. hacia los clavos a otro de alargamiento en la periferia y lados exteriores. Es fácil comprender que para cualquiera de estos fenómenos la deformación fijada es, suficientemente holgada.

Con estos datos se pueden comprender a flexión compuesta los roles de los pilares que están empotrados en la base y articulados en su unión con el arco de rigidez de la bodega.

→ Los pilares o lielos externos de estos muelles de rigidez igual que los que sujetan los generatrices, extremos a de borde ^{remis} con articulados, en sus dos extremos de forma que las dilataciones de la generatriz no produzcan en ellas flexiones apreciables; la bodega está también articulada sobre ellas de modo que solo reportan dos ^{pequeños} ~~empujes~~ empujes uno vertical y otro horizontal N que dados las dimensiones y estructuras de los lielos no requieren comprobación especial, y lo mismo sucede con los anclajes en los centros o puntos medios de estas generatrices extremas.

Este arco se descompone en pequeños trozos elásticamente empotrados, de los que el más importante es el que corresponde a la clave del árbol mayor en el que podría comprobarse por el simple trabajo del primer de puentes el exceso de resistencia que se le da para asegurar la rigidez.

CAPITULO III

DESARROLLO NUMERICO Y GRAFICO DEL CALCULO.

Resumen de expresiones que entran en el cálculo numérico.*

(presentadas por su orden de utilización)

$$\mu'_0 = +\pi$$

$$\mu''_0 = -3\pi \quad (\text{not})$$

$$h'_0 = \frac{4}{\pi}$$

$$h''_0 = -\frac{4}{3\pi} \quad (2)$$

$$s'_0 = \frac{4l}{\pi^2}$$

$$s''_0 = -\frac{4l^2}{9\pi^2} \quad (3)$$

$$q'_0 = \frac{4l^2}{\pi^3}$$

$$q''_0 = -\frac{4l^2}{27\pi^3} \quad (4)$$

$$u'_0 = \frac{4l^3}{\pi^4}$$

$$u''_0 = -\frac{4l^3}{81\pi^4} \quad (5)$$

$$r'_0 = +\frac{4l^4}{\pi^5}$$

$$r''_0 = -\frac{4l^4}{243\pi^5} \quad (6)$$

$$\nu = \frac{\mu^2 R^2}{l^2} \quad \text{repetido para } (I) (II) (III) (IV) \quad (\text{not})$$

$$\lambda = \frac{R}{g} \quad \text{repetido para } (I) (II) \quad (\text{not})$$

$$z_1 = 2(1 - \nu)$$

$$z_2 = 1 - 4\nu + \nu^2$$

$$z_3 = -(2\nu - \nu^2)$$

$$\rho = \sqrt[4]{2\nu l}$$

se repiten para (I) (II) (III) (IV)

(not)

* Los números entre parentesis corresponden a los de las fórmulas de donde se deducen. (Not) indica que su fórmula está en la de la notación que corresponde a cada símbolo.

$$Q_{p m} = - R p h \cos \varphi \tag{18}$$

$$S_{p m} = - 2 p s \operatorname{sen} \varphi \tag{20}$$

$$T_{p m} = - \frac{2}{R} p q \cos \varphi \tag{22}$$

$$E_{\xi} p m = - \frac{2}{R} p u \cos \varphi \tag{24}$$

$$E_{\eta} p m = \left(\frac{2}{R^2} p r + 4 p q \right) \operatorname{sen} \varphi \tag{26}$$

$$E_{\xi} p m = \left[\left(\frac{2}{R^2} p r + 4 p q \right) + R^2 p h \right] \cos \varphi \tag{27}$$

$$E_{\theta} p m = - R p h \operatorname{sen} \varphi \tag{28}$$

$$Q_{v m} = - R v h \operatorname{sen} \varphi \tag{30}$$

$$S_{v m} = v s \cos \varphi \tag{32}$$

$$T_{v m} = - \frac{1}{R} v q \operatorname{sen} \varphi \tag{34}$$

$$E_{\xi} v m = - \frac{1}{R} v u \operatorname{sen} \varphi \tag{36}$$

$$E_{\eta} v m = - v \left(2 q + \frac{r}{R^2} \right) \cos \varphi \tag{37}$$

$$E_{\xi} v m = v \left[\left(2 q + \frac{r}{R^2} \right) + R^2 h \right] \operatorname{sen} \varphi \tag{39}$$

$$E_{\theta} v m = - v R h \cos \varphi \tag{40}$$

$$Q_{n m} = - n R h \cos^2 \varphi \tag{43}$$

$$S_{nm} = -3 n a \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi \quad (45)$$

$$T_{nm} = -\frac{3}{R} n q (2 \cos^2 \varphi - 1) \quad (47)$$

$$E_{nm}^{\xi} = -\frac{3}{R} n u (2 \cos^2 \varphi - 1) \quad (49)$$

$$E_{nm}^{\eta} = 3 n (2 q + \frac{4}{R^2} r) \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi \quad (51)$$

$$E_{nm}^{\zeta} = 3 n (2 q + \frac{4}{R^2} r) (2 \cos^2 \varphi - 1) + R^2 n h \cos^2 \varphi \quad (52)$$

$$E_{nm}^{\theta} = -n (\frac{18}{R} q + \frac{36}{R^3} r + 2 R h) \cos \varphi \operatorname{sen} \varphi \quad (53)$$

Todas estas expresiones de 18 a 53 se repiten para ('I) (''I)
('II) (''II).

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= -0,9238795 \left(\rho - \frac{z_1}{8\rho} \right) - 0,0478354 \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2 \right) \frac{1}{\rho^3} \\ K_1 &= -0,3826834 \left(\rho + \frac{z_1}{8\rho} \right) + 0,1154849 \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2 \right) \frac{1}{\rho^3} \\ j_1 &= -0,3826834 \left(\rho - \frac{z_1}{8\rho} \right) + 0,1154849 \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2 \right) \frac{1}{\rho^3} \\ k_1 &= -0,9238795 \left(\rho + \frac{z_1}{8\rho} \right) - 0,0478354 \left(\frac{5z_1^2}{16} - z_2 \right) \frac{1}{\rho^3} \end{aligned} \right\} (72)$$

Se repiten para ('I) (''I) ('II) (''II)

$$\left. \begin{aligned} J_{\bar{n}} &= J_{\bar{n}-1} \quad J_1 - K_{\bar{n}-1} K_1 \\ j_{\bar{n}} &= j_{\bar{n}-1} \quad j_1 - k_{\bar{n}-1} k_1 \end{aligned} \right\} (74)$$

$$\begin{aligned}
 K_{\bar{n}} &= J_{\bar{n}-1} K_1 + J_1 K_{\bar{n}-1} \\
 k_{\bar{n}} &= j_{\bar{n}-1} k_1 + j_1 k_{\bar{n}-1}
 \end{aligned}
 \tag{75}$$

Se repiten para ('I) (''I) ('II) (''II)

$$\begin{aligned}
 \alpha_H &= -1 \\
 \alpha_N &= -\frac{1}{R} K_1 \\
 \alpha_Q &= +\frac{1}{R} K_2 \\
 \alpha_S &= -\frac{1}{R^2} (K_1 + K_3) \\
 \alpha_T &= -\frac{1}{\nu R} (K_2 + K_4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_\eta &= +\frac{2}{\nu} (K_1 + K_3) - \frac{1}{\nu^2} (K_3 + K_5) \\
 \alpha_\xi &= -K_2 + \frac{2}{\nu} (K_2 + K_4) - \frac{1}{\nu^2} (K_4 + K_6) \\
 \alpha_\theta &= -\frac{K_3}{R} + \frac{2}{R\nu} (K_1 + 2K_3 + K_5) - \frac{1}{R\nu^2} (K_3 + 2K_5 + K_7)
 \end{aligned}$$

Idénticas expresiones para β, γ, δ , sustituyendo K por J k j

Se repiten para ('I) (''I) (''I) (''II)

$$\begin{aligned}
 a_w &= \alpha e^{J_1 w} \cos K_1 w + \beta e^{J_1 w} \operatorname{sen} K_1 w \\
 b_w &= \beta e^{J_1 w} \cos K_1 w - \alpha e^{J_1 w} \operatorname{sen} K_1 w \\
 c_w &= \gamma e^{j_1 w} \cos k_1 w + \delta e^{j_1 w} \operatorname{sen} k_1 w \\
 d_w &= \delta e^{j_1 w} \cos k_1 w - \gamma e^{j_1 w} \operatorname{sen} k_1 w
 \end{aligned}
 \tag{79}$$

Se repiten para ('I) ('II) (''I) (''II) y para N₁ N₁ Q₁ S₁

T₁ η₁ ξ₁ θ₁ .

$$\begin{array}{cccc|cccc}
 A a_{o\xi} + B b_{o\xi} + C c_{o\xi} + D d_{o\xi} & = 1 & = 0 & = 0 & = 0 & & & \\
 A a_{oQ} + B b_{oQ} + C c_{oQ} + D d_{oQ} & = 0 & = 1 & = 0 & = 0 & & & \\
 A a_{oM} + B b_{oM} + C c_{oM} + D d_{oM} & = 0 & = 0 & = 1 & = 0 & & & \\
 A a_{oT} + B b_{oT} + C c_{oT} + D d_{oT} & = 0 & = 0 & = 0 & = 1 & & &
 \end{array} \quad (89)$$

Se repiten para ('I) ('I) ('II) ('II)

$$\begin{aligned}
 A \begin{matrix} 'I \\ d p \end{matrix} &= A \begin{matrix} 'I \\ d (\xi = 1) \end{matrix} \times (-\xi_{mdp}'I - \eta_{ip}'II) + \\
 &+ A \begin{matrix} 'I \\ d p (Q = 1) \end{matrix} \times (-Q_{mdp}'I + N_{ip}'II) + \\
 &+ A \begin{matrix} 'I \\ d p (M = 1) \end{matrix} \times (-N_{ip}'II) + \\
 &+ A \begin{matrix} 'I \\ d p (T = 1) \end{matrix} \times (-T_{mdp}'I + t_{p\xi})
 \end{aligned}$$

Análogas expresiones para B C y D

Se repiten para ('I) ('I) ('II) ('II) y para (p) (v) (n)

(Con la ayuda (Para los valores II se invierten los signos de y y N)

$$\eta = A a_{\eta} + B b_{\eta} + C c_{\eta} + D d_{\eta} + \cancel{\eta_m}$$

$$N = A a_N + B b_N + C c_N + D d_N + N_m$$

$$\theta = A a_{\theta} + B b_{\theta} + C c_{\theta} + D d_{\theta} + \cancel{\theta_m}$$

$$\frac{dS}{d\varphi} = A a_S + B b_S + C c_S + D d_S + \frac{dS_m}{d\varphi}$$

Se repiten para $\left(\begin{smallmatrix} \text{I} \\ d \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} \text{II} \\ d \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} \text{I} \\ i \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} \text{II} \\ i \end{smallmatrix}\right)$ y para (p) (v) (n)

$$\theta_d^{\text{I}} = \theta_i^{\text{II}}$$

Se repite para $\left(\begin{smallmatrix} \text{I} \\ d \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} \text{II} \\ d \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} \text{I} \\ i \end{smallmatrix}\right)$ $\left(\begin{smallmatrix} \text{II} \\ i \end{smallmatrix}\right)$ y para (p) (v) (n)

$$\frac{t'_p}{t'_v} = \frac{\frac{dS_{dp}^{\text{I}}}{d\varphi} - \frac{dS_{ip}^{\text{II}}}{d\varphi}}{\frac{dS_{dv}^{\text{I}}}{d\varphi} - \frac{dS_{iv}^{\text{II}}}{d\varphi}}$$

$$\frac{t'_p}{t'_n} = \frac{\frac{dS_{dp}^{\text{I}}}{d\varphi} - \frac{dS_{ip}^{\text{II}}}{d\varphi}}{\frac{dS_{dn}^{\text{I}}}{d\varphi} - \frac{dS_{in}^{\text{II}}}{d\varphi}}$$

$$\frac{t''_p}{t''_v} = \frac{\frac{dS_{dp}^{\text{I}}}{d\varphi} - \frac{dS_{ip}^{\text{II}}}{d\varphi}}{\frac{dS_{dv}^{\text{I}}}{d\varphi} - \frac{dS_{iv}^{\text{II}}}{d\varphi}} \quad \leftarrow \frac{t''_p}{t''_n} =$$

$$\frac{t'_p}{t'_n} = \frac{\frac{d S_{dp}^{I}}{d \rho} - \frac{d S_{ip}^{II}}{d \rho}}{\frac{d S_{dn}^{I}}{d \rho} - \frac{d S_{in}^{II}}{d \rho}} \quad (86)$$

$$\frac{t'_p}{t''_p} = 9 \times \frac{\frac{d S_{dp}^{I}}{d \rho} - \frac{d S_{ip}^{II}}{d \rho}}{\frac{d S_{dp}^{I}}{d \rho} - \frac{d S_{ip}^{II}}{d \rho}}$$

$$t'_p + t'_v + t'_n + t''_p + t''_v + t''_n = t \quad (87)$$

$$\begin{aligned} A a_{\zeta} + B b_{\zeta} + C c_{\zeta} + D d_{\zeta} + \zeta_m &= 0 \\ A a_{\eta} + B b_{\eta} + C c_{\eta} + D d_{\eta} + \eta_m &= 0 \\ A a_{\xi} + B b_{\xi} + C c_{\xi} + D d_{\xi} + \frac{d S_m}{d \rho} &= 0 \\ A a_M + B b_M + C c_M + D d_M &= 0 \end{aligned} \quad (91)$$

Se repite para ('I) (''I) (''I) (''II) y para (p) (v) (h)

$$M = A a_m + B b_m + C c_m + D d_m \quad (78)$$

Se repiten para N, Q, S, T, \eta, \xi, \theta
 para ('I) (''I) (''I) (''II), para (p) (v) (n) para distintos \omega, y para ambos bordes de cada lóbulo.

$$\frac{e^2}{\pi^2} \left(\frac{d S_{dp}^{I}}{d \rho} \frac{d S_{ip}^{II}}{d \rho} + \frac{d S_{dn}^{I}}{d \rho} \frac{d S_{in}^{II}}{d \rho} \right) + \frac{1}{9} \frac{e^2}{\pi^2} \left(\frac{d S_{dp}^{I}}{d \rho} \frac{d S_{ip}^{II}}{d \rho} + \frac{d S_{dn}^{I}}{d \rho} \frac{d S_{in}^{II}}{d \rho} \right) \quad (88)$$

CUADRO N° 1DATOS Y PARAMETROS AUXILIARES

$$l = 55,60 \text{ m.}$$

$$p = 250 \text{ kg/m}^2$$

$$R^I = 12,50 \text{ m.}$$

$$v = 100 \text{ " (1)}$$

$$R^{II} = 6,40 \text{ m.}$$

$$n = 65 \text{ "}$$

$$g = 0,08 \text{ m.}$$

$$t = \frac{7.800,000}{8.200,000} \text{ kg/m}^2$$

$$P_1^I = 90^\circ \text{ m.}$$

$$P = 600 \text{ kg/m}^2$$

$$P_d^I = 60^\circ \text{ m.}$$

$$P_1^{II} = 30^\circ \text{ m.}$$

$$P_d^{II} = 90^\circ \text{ m.}$$

$$\mu'_0 = 3,14$$

$$\mu''_0 = - 9,42 \quad (\text{not } \rightarrow \leftarrow)$$

$$h'_0 = 1,27$$

$$h''_0 = - 0,42 \quad (2)$$

$$s'_0 = 22,29$$

$$s''_0 = - 2,48 \quad (3)$$

$$q'_0 = 390,24$$

$$q''_0 = - 14,43 \quad (4)$$

$$u'_0 = 6.832,82$$

$$u''_0 = - 84,35 \quad (5)$$

$$r'_0 = 119,606,90$$

$$r''_0 = - 492,21 \quad (6)$$

$$v'^I = 0,51$$

$$v''^I = 4,62 \quad (\text{not } \rightarrow \leftarrow)$$

$$v'^{II} = 0,13$$

$$v''^{II} = 1,21 \quad "$$

$l \cdot I = 270,64$	$l \cdot\cdot I = 270,64$	(not used)
$l \cdot II = 138,57$	$l \cdot\cdot II = 138,57$	"
$z_1 \cdot I = 0,974$	$z_1 \cdot\cdot I = -7,24$	"
$z_1 \cdot II = 1,74$	$z_1 \cdot\cdot II = -0,42$	"
$z_2 \cdot I = -\frac{0,78}{0,24}$	$z_2 \cdot\cdot I = 3,86$	"
$z_2 \cdot II = 0,50$	$z_2 \cdot\cdot II = -2,38$	"
$z_3 \cdot I = -0,763$	$z_3 \cdot\cdot I = 12,12$	"
$z_3 \cdot II = -0,14$	$z_3 \cdot\cdot II = -0,96$	"
$p \cdot I = 4,07$	$p \cdot\cdot I = 7,07$	"
$p \cdot II = 2,45$	$p \cdot\cdot II = 4,28$	"

Nota Los valores de z y p no están referidos por no haber sido empleados en el cálculo.

CUADRO N° 2

Esfuerzos
Refuerzos y corrimientos por efecto de membrana

~~(Ejemplo 18-22)~~

	Borde l.	Clave.	Borde d.	Borde l	Clave	Borde d.	
$Q'_{p m} \cdot I$	0	-3.979	-1.989	$Q'_{p m} \cdot II$	-1.764	-2.307	0
$\frac{d S'_{p m} \cdot I}{d x}$	637	0	- 551	$\frac{d S'_{p m} \cdot II}{d x}$	318	0	-637
$T'_{p m} \cdot I$	0	- 15.610	-7.805	$T'_{p m} \cdot II$	-26.402	-30.487	0
$Eg \eta'_{p m} \cdot I$	-772.982	0	669,403	$Eg \eta'_{p m} \cdot II$	-924,722	0	1.849,445
$Eg \xi'_{p m} \cdot I$	0	822.717	411.359	$Eg \xi'_{p m} \cdot II$	1.612.910	1.862,482	0
$Eg \theta'_{p m} \cdot I$	-3.979	0	3.446	$Eg \theta'_{p m} \cdot II$	- 1.019	0	2.037
$Q''_{p m} \cdot I$	0	1.326	663	$Q''_{p m} \cdot II$	588	679	0
$\frac{d S''_{p m} \cdot I}{d x}$	-212	0	184	$\frac{d S''_{p m} \cdot II}{d x}$	-106	0	212
$T''_{p m} \cdot I$	0	578	289	$T''_{p m} \cdot II$	978	1.129	0
$Eg \eta''_{p m} \cdot I$	-16.028	0	-13.880	$Eg \eta''_{p m} \cdot II$	10.231	0	-20.461
$Eg \xi''_{p m} \cdot I$	0	-32.606	-16-303	$Eg \xi''_{p m} \cdot II$	-21.483	-24.807	0
$Eg \theta''_{p m} \cdot I$	-1.326	0	-1.149	$Eg \theta''_{p m} \cdot II$	339	0	-679

Fórmulas números 18 a 28

Sigue CUADRO N° 2

~~(Fórmula 30 a 40)~~

	$Q_{vm}^{\cdot I}$ /	1.592	0	-1.379	$Q_{vm}^{\cdot II}$	407	0	-815
	$\frac{d S_{vm}^{\cdot I}}{d \varphi}$ /	0	127	64	$\frac{d S_{vm}^{\cdot II}}{d \varphi}$	110	127	0
30 a 40	$T_{vm}^{\cdot I}$ /	3.122	0	-2.704	$T_{vm}^{\cdot II}$	3.049	0	-6.098
Fórmulas N°	$Eg \eta_{vm}^{\cdot I}$ /	0	-154.696	-77.348	$Eg \eta_{vm}^{\cdot II}$	-320.427	-376.008	0
	$Eg \xi_{vm}^{\cdot I}$ /	-174.590	0	151.195	$Eg \xi_{vm}^{\cdot II}$	-187.611	0	375.223
	$Eg \theta_{vm}^{\cdot I}$ /	0	1.592	796	$Eg \theta_{vm}^{\cdot II}$	- 706	-815	0

Este en la pagina anterior

CUADRO N° 2

	Borde 1.	Clave	Borde.d	Borde 1.	Clave	Borde		
	$Q \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ v m \end{smallmatrix} \checkmark$	-530	0	459	$Q \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ v m \end{smallmatrix}$	-136	0	272
	$\frac{d S \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ v m \end{smallmatrix} \checkmark}{d \varphi}$	0	-44	-22	$\frac{d S \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ v m \end{smallmatrix}}{d \varphi}$	-39	-44	0
40 e	$T \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ v m \end{smallmatrix} \checkmark$	-116	0	100	$T \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ v m \end{smallmatrix}$	-113	-10	226
50 e	$Eg \eta \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ v m \end{smallmatrix} \checkmark$	0	3.206	1.603	$Eg \eta \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ v m \end{smallmatrix}$	3.544	4.092	0
F6 mules	$Eg \xi \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ v m \end{smallmatrix} \checkmark$	9.657	0	-8.363	$Eg \xi \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ v m \end{smallmatrix}$	-2.915	0	-5.831
	$Eg \theta \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ v m \end{smallmatrix} \checkmark$	0	-530	-265	$Eg \theta \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ v m \end{smallmatrix}$	-235	-271	0
	$Q \begin{smallmatrix} \cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	0	-1.034	-259	$Q \begin{smallmatrix} \cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	-397	-530	0
	$\frac{d S \begin{smallmatrix} \cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark}{d \varphi}$	0	0	-107	$\frac{d S \begin{smallmatrix} \cdot II \\ n m \end{smallmatrix}}{d \varphi}$	107	0	0
	$T \begin{smallmatrix} \cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	6.088	-6.088	3.044	$T \begin{smallmatrix} \cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	-5.945	-11.890	-11.890
	$Eg \eta \begin{smallmatrix} \cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	0	0	324.435	$Eg \eta \begin{smallmatrix} \cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	-1052.136	0	0
	$Eg \xi \begin{smallmatrix} \cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	-749.272	+762.203	-371.403	$Eg \xi \begin{smallmatrix} \cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	1.217.473	5.819,872	-2.429,872
53 e	$Eg \theta \begin{smallmatrix} \cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	0	0	-1.370	$Eg \theta \begin{smallmatrix} \cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	7.333	0	0
43 e	$Q \begin{smallmatrix} \cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	0	345	86	$Q \begin{smallmatrix} \cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	132	177	0
F6 mules N°	$\frac{d S \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark}{d \varphi}$	0	0	36	$\frac{d S \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ n m \end{smallmatrix}}{d \varphi}$	-36	0	0
	$T \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	-225	225	-113	$T \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	220	440	-440
F6 mules	$Eg \eta \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	0	0	-3.580	$Eg \eta \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	6.584	0	0
	$Eg \xi \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	8.289	-12.599	-10.671	$Eg \xi \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	-9.450	-16.335	+15.205
	$Eg \theta \begin{smallmatrix} \cdot\cdot I \\ n m \end{smallmatrix} \checkmark$	0	0	803	$Eg \theta \begin{smallmatrix} \cdot\cdot II \\ n m \end{smallmatrix}$	-254	0	0

CUADRO N° 3

Valores de J_1 , K_1 , j_1 , y k_1 (Fórmulas n°m. 72)

$J_1^{\prime I}$	= -	3.744	$J_1^{\prime\prime I}$	= -	6.650
$K_1^{\prime I}$	=	1.571	$K_1^{\prime\prime I}$	=	2.649
$j_1^{\prime I}$	= -	1.546	$j_1^{\prime\prime I}$	= -	2.755
$k_1^{\prime I}$	=	3.801	$k_1^{\prime\prime I}$	=	6.418
$J_1^{\prime II}$	= -	2.204	$J_1^{\prime\prime II}$	= -	3.967
$K_1^{\prime II}$	=	0,963	$K_1^{\prime\prime II}$	=	1.627
$j_1^{\prime II}$	= -	0,883	$j_1^{\prime\prime II}$	= -	1.645
$k_1^{\prime II}$	=	2.364	$k_1^{\prime\prime II}$	=	3.948

CUADRO N^o 4Valores de $J\bar{n}$, $K\bar{n}$, $j\bar{n}$, y $k\bar{n}$. (Fórmulas N^o 74 y 75)

Subíndices						
	2	3	4	5	6	7
$J^{\cdot I}$	11,55	24,75	-5,07	446,0	-3.256	17,029
$J^{\cdot II}$	3,93	-4,56	-2,64	38,0	-152	451
$J^{\cdot\cdot I}$	37,22	-154,03	141,49	6.010,6	-87.190	851,653
$J^{\cdot\cdot II}$	13,09	-30,92	4,66	531,5	-4.302	24,365
$j^{\cdot I}$	-12,05	63,29	7,19	-1,088,0	3.243	8.291
$j^{\cdot II}$	-4,81	14,22	5,51	-100,3	. 142	388
$j^{\cdot\cdot I}$	-33,60	319,84	-123,20	-14.923,3	88,237	241.783
$j^{\cdot\cdot II}$	-2,88	72,48	-2,80	-1.316,6	4.383	9.664
$K^{\cdot I}$	-1,77	62,21	-271,81	1.009,7	-3.079	6.415
$K^{\cdot II}$	-4,26	13,17	-33,43	71,1	-120	118
$K^{\cdot\cdot I}$	-35,29	333,26	-2624,19	17.825,6	-102.618	451.445
$K^{\cdot\cdot II}$	-12,91	72,53	-338,03	1.348,6	-4.485	10,792
$k^{\cdot I}$	-11,75	-27,63	283,29	-410,6	-3.500	17,737
$k^{\cdot II}$	-4,22	-7,64	40,37	-22,6	-217	527
$k^{\cdot\cdot I}$	-35,41	-118,10	2.378,10	-7.342,3	-75.549	774,443
$k^{\cdot\cdot II}$	-12,99	-29,49	334,64	-561,5	-4.274	24,334

CUADRO Nº 5

Valores de $\alpha, \beta, \gamma,$ y δ (Fórmulas 80)

	M	N	Q	S	T			
α' I	-1	0,299	0,924	0,182	-1,01	-1.712	12.406	-66.498
β' I	0	-0,126	-0,942	-0,408	44,24	-3.824	11.641	-27,920
γ' I	-1	0,124	-0,964	-0,395	0,758	4.134	-12,357	-27,298
δ' I	0	-0,304	-0,940	-0,152	-42,36	1.572	13,295	-65,949
α' II	-1	0,344	0,614	0,165	-1,51	-1,963	8,638	-28,705
β' II	0	-0,181	-0,666	-0,345	43,94	-4,484	7,988	-13,638
γ' II	-1	0,138	-0,752	-0,326	-0,821	4.993	-8.201	-10,155
δ' II	0	-0,369	-0,659	0,129	-42,16	1.606	10,390	-26,956
α'' I	-1	0,532	2,98	1,03	-3,10	-344	4.124	-37.886
β'' I	0	-0,212	-2,83	-2,15	46,09	-706	3.820	-15.186
γ'' I	-1	0,220	-2,69	-2,03	2,72	822	-4.168	-16.465
δ'' I	0	-0,513	-2,83	0,715	-40,60	302	4.483	-38,797
α'' II	-1	0,620	2,05	0,852	-2,29	-399	2.952	-16.547
β'' II	0	-0,254	-2,02	-1,81	45,32	-848	2.727	-6.864
γ'' II	-1	0,257	-2,01	-1,73	2,02	966	-3.005	-6.864
δ'' II	0	-0,617	-2,03	0,62	-41,53	361	3.235	-16.824

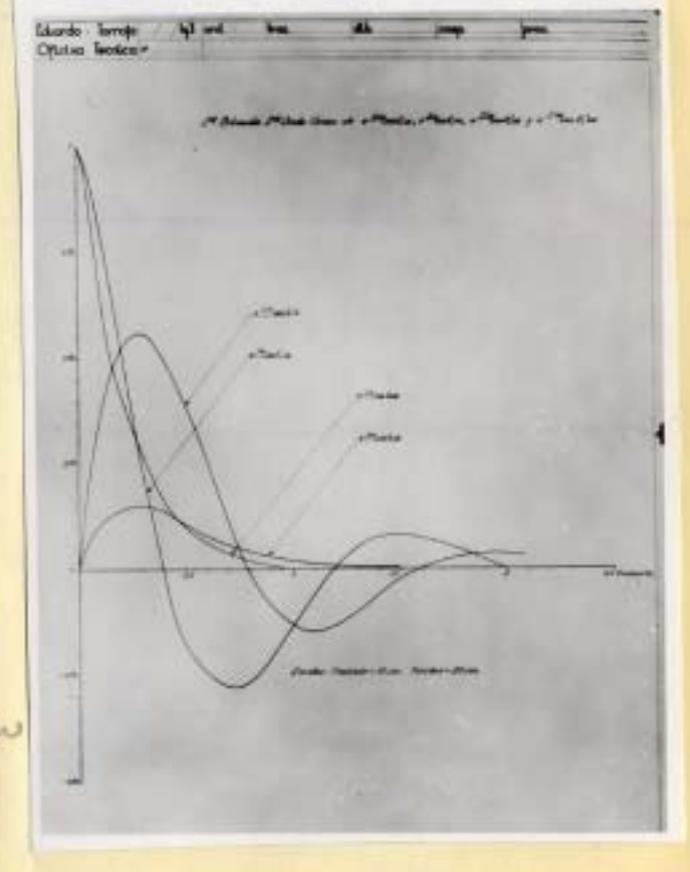
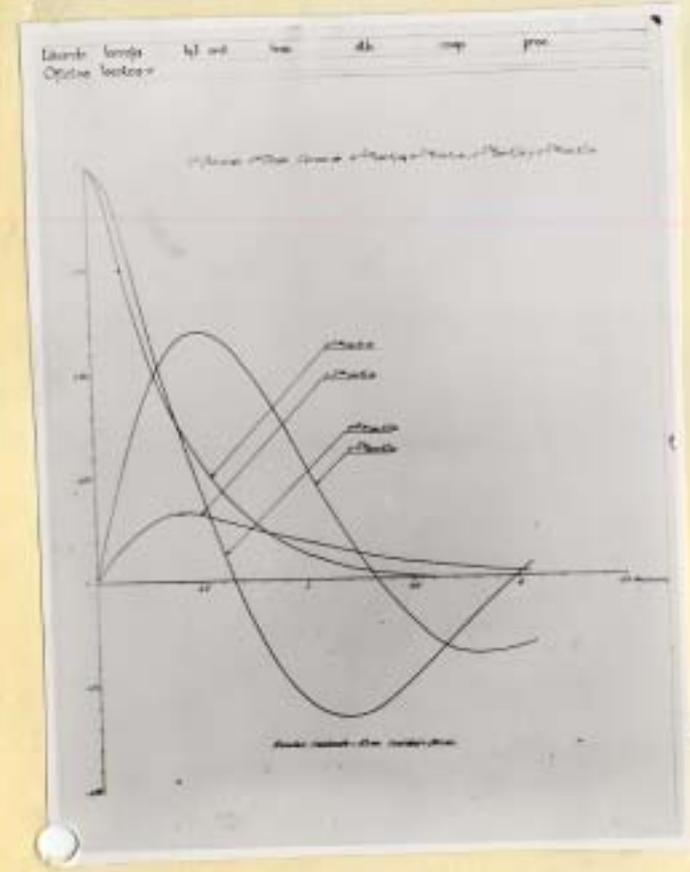
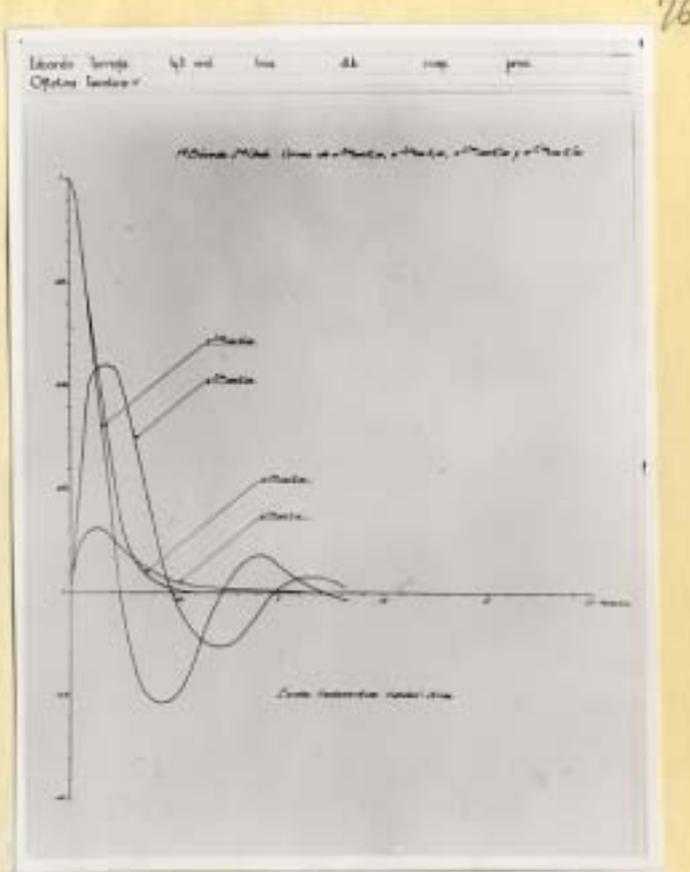
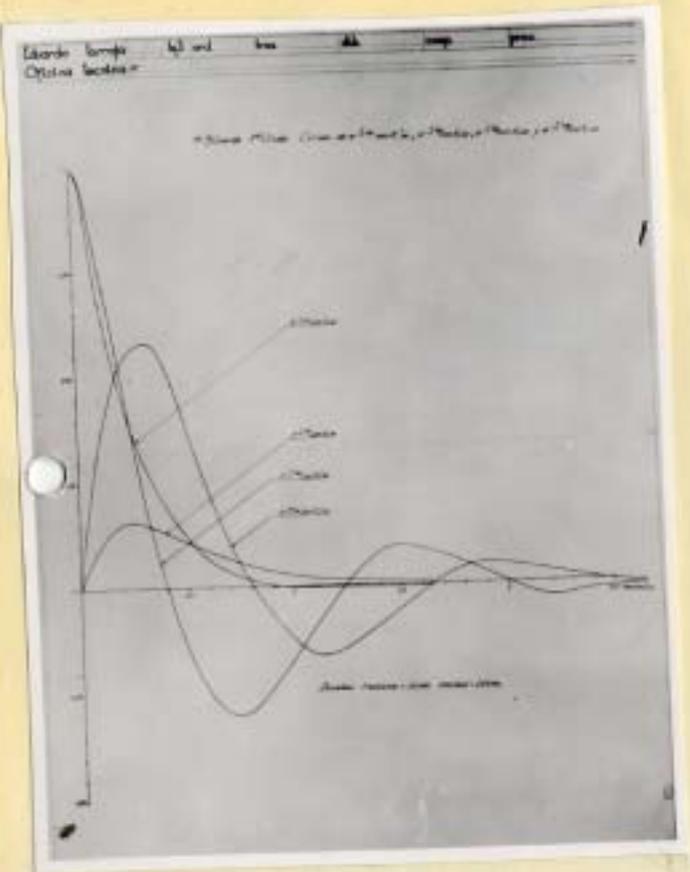


Fig 8. Curvas: J_w vs K_w y e J_w vs K_w

CUADRO N° 6

Valores de $e^{J_1^w} \cos K_1^w$ y $e^{J_1^w} \text{sen } K_1^w$ para los valores principales de w , (deducidos del plano n° $h_1 = 8$.)

	0°	14° 25'	43°	72°	94° 35'	115°
$e^{J_1^w} \cos K_1^w$	1	0,39	0	0	0	0
$e^{J_1^w} \text{sen } K_1^w$	0	0,16	0	0	0	0
$e^{J_1^w} \cos k_1^w$	1	0,38	-0,32	0	-0,09	0
$e^{J_1^w} \text{sen } k_1^w$	0	0,58	0	-0,17	0	0,05

	0°	28° 50'	66°	108°
$e^{J_1^{IIw}} \cos K_1^{IIw}$	1	0,30	0	0
$e^{J_1^{IIw}} \text{sen } K_1^{IIw}$	0	0,16	0,085	0
$e^{J_1^{IIw}} \cos k_1^{IIw}$	1	0,24	-0,32	-0,05
$e^{J_1^{IIw}} \text{sen } k_1^{IIw}$	0	0,60	0	-0,20

	0°	9° 15'	25° 40'	42° 30'	57° 20'	69°
$e^{J_1^{Iw}} \cos K_1^{Iw}$	1	0,45	0	0	0	0
$e^{J_1^{Iw}} \text{sen } K_1^{Iw}$	0	0,18	0	0	0	0
$e^{J_1^{Iw}} \cos k_1^{Iw}$	1	0,35	-0,28	0	0,09	0
$e^{J_1^{Iw}} \text{sen } k_1^{Iw}$	0	0,56	0	-0,13	0	-0,04

(77)

Sigue CUADRO N^o 6

	0 ^a	17 ^a 30'	46 ^a	68 ^a 30'	92 ^a	112 ^a
$e^{j''} k_1'' \cos k_1'' w$	1	0,25	0	0	0	0
$e^{j''} k_1'' \sin k_1'' w$	0	0,15	0	0	0	0
$e^{j_1''} k_1'' \cos k_1'' w$	1	0,28	-0,28	0	0,18	0
$e^{j_1''} k_1'' \sin k_1'' w$	0	0,56	0	-0,15	0	0,04

CUADRO N^o 7Valores de a, b, c y d (fórmulas n^om. 79)

	0 ^o	14 ^o 25'	43 ^o	72 ^o	94 ^o 35'	115 ^o
a ^{'I} _M	0	-0,16	0	0	0	0
b ^{'I} _M	-1	-0,39	0	0	0	0
c ^{'I} _M	0	-0,58	0	+0,17	0	-0,05
d ^{'I} _M	-1	-0,38	+0,32	0	+0,09	0

	0 ^o	28 ^o 50'	66 ^o	108 ^o		
a ^{'II} _M	0	-0,16	-0,085	0		
b ^{'II} _M	-1	-0,30	0	0		
c ^{'II} _M	0	-0,60	0	+0,20		
d ^{'II} _M	-1	-0,24	+0,32	+0,05		

	0 ^o	9 ^o 15'	25 ^o 40'	42 ^o 30'	57 ^o 20'	69 ^o
a ^{'I} _M	0	-0,18	0	0	0	0
b ^{'I} _M	-1	-0,45	0	0	0	0
c ^{'I} _M	0	-0,56	0	+0,13	0	-0,04
d ^{'I} _M	-1	-0,35	+0,28	0	-0,09	0

	0 ^o	17 ^o 30'	46 ^o	68 ^o 30'	92 ^o	112 ^o
a ^{'II} _M	0	-0,15	0	0	0	0
b ^{'II} _M	-1	-0,25	0	0	0	0
c ^{'II} _M	0	-0,15	0	0	0	0
d ^{'II} _M	-1	-0,28	+0,28	0	-0,18	0

	0°	14°25'	43°	72°	94°35'	115°
a'I						
N	-0,13	-0,003	0	0	0	0
b'I						
N	+0,3	+0,357	0	0	0	0
c'I						
N	-0,30	-0,285	+0,096	-0,019	+0,027	+0,006
d'I						
N	+0,12	+0,218	-0,038	-0,048	-0,010	+0,015

	0°	28°50'	66°	108°
a'II				
N	-0,15	+0,009	+0,029	0
b'II				
N	+0,34	+0,126	+0,012	0
c'II				
N	-0,37	-0,05	+0,118	-0,010
d'II				
N	+0,14	+0,255	-0,045	-0,081

	0°	9°15'	25°40'	43°30'	57°20'	69°
a''I						
N	-0,212	+0,085	0	0	0	0
b''I						
N	+0,532	-0,334	0	0	0	0
c''I						
N	-0,513	-0,057	+0,144	-0,029	-0,046	-0,009
d''I						
N	+0,220	+0,364	-0,062	-0,067	+0,020	-0,021

	0°	17°30'	46°	68°30'	92°	112°
a''II						
N	-0,254	+0,030	0	0	0	0
b''II						
N	+0,620	+0,188	0	0	0	0
c''II						
N	-0,617	-0,028	+0,172	-0,038	-0,110	+0,010
d''II						
N	+0,257	+0,417	-0,072	-0,093	+0,046	+0,025

NOTA: Los signos son para el borde izquierdo, para el derecho, multiplicar por - 1.

	0 ^a	14 ^a 25'	43 ^a	72 ^a	94 ^a 35'	115 ^a
a'I Q	-0,94	-0,22	0	0	0	0
b'I Q	+0,92	+0,508	0	0	0	0
c'I Q	-0,94	-0,208	+0,3	+0,157	+0,081	-0,048
d'I Q	-0,96	+0,188	+0,307	-0,150	+0,086	+0,047

	0 ^a	28 ^a 50'	66 ^a	108 ^a		
a'II Q	-0,67	-0,104	+0,052	0		
b'II Q	+0,61	+0,29	+0,057	0		
c'II Q	-0,66	-0,608	+0,210	+0,183		
d'II Q	-0,75	+0,216	+0,240	-0,095		

	0 ^a	9 ^a 15'	25 ^a 40'	43 ^a 30'	57 ^a 20'	69 ^a
a''I Q	-2,823	-0,773	0	0	0	0
b''I Q	+2,978	+1,849	0	0	0	0
c''I Q	-2,883	-1,611	+0,808	+0,350	-0,260	+0,108
d''I Q	-2,688	+0,678	+0,753	-0,375	-0,242	-0,115

	0 ^a	17 ^a 30'	46 ^a	68 ^a 30'	92 ^a	112 ^a
a''II Q	-2,018	-0,197	0	0	0	0
b''II Q	+2,045	+0,818	0	0	0	0
c''II Q	-2,03	-1,639	+0,514	+0,302	-0,365	-0,080
d''II Q	-2,013	+0,628	+0,512	-0,305	-0,362	+0,081

	0°	14°25'	43°	72°	94°35'	115°
a'I						
S	-0,408	-0,131	0	0	0	0
b'I						
S	+0,182	+0,137	0	0	0	0
c'I						
S	+0,152	-0,172	-0,048	-0,067	-0,013	+0,02
d'I						
S	-0,395	-0,238	+0,127	+0,026	+0,035	+0,007

	0°	28°50'	66°	108°		
a'II						
S	-0,345	-0,079	+0,014	0		
b'II						
S	+0,165	+0,100	+0,029	0		
c'II						
S	+0,129	-0,164	-0,041	0		
d'II						
S	-0,326	-0,156	+0,104	+0,042		

	0°	9°15'	25°40'	42°30'	57°20'	69°
a''I						
S	-2,15	-0,782	0	0	0	0
b''I						
S	+1,028	-0,849	0	0	0	0
c''I						
S	+0,715	-0,885	-0,200	+0,264	+0,064	+0,081
d''I						
S	-2,029	-1,120	+0,575	+0,093	-0,183	+0,029

	0°	17°30'	46°	68°30'	92°	112°
a'''II						
S	-1,81	-0,085	0	0	0	0
b'''II						
S	+0,852	+0,484	0	0	0	0
c'''II						
S	+0,624	-0,793	-0,715	+0,259	+0,112	-0,069
d'''50						
S	-1,727	+0,125	+0,484	+0,094	-0,311	-0,025

NOTA: Los signos son para el borde izquierdo, para el derecho multiplicar por - 1.

	0°	14°25'	43°	72°	94°35'	115°
a ^{·I} _T	+44,24	+19,04	-0	0	0	0
b ^{·I} _T	-1,01	-7,69	0	0	0	0
c ^{·I} _T	-42,36	+15,81	+13,60	-0,128	+3,81	+0,037
d ^{·I} _T	+0,758	+24,89	-0,242	-7,20	-0,68	+2,118

!

	0°	28°50'	66°	108°		
a ^{·II} _T	+43,94	+10,06	-0,121	0		
b ^{·II} _T	-1,508	-7,454	-3,720	0		
c ^{·II} _T	-42,16	-10,49	-13,50	+2,27		
d ^{·II} _T	-0,821	+25,10	+0,265	-8,04		

	0°	9°15'	25°40'	42°30'	57°20'	69°
a ^{·I} _T	+46,089	+20,182	0	0	0	0
b ^{·I} _T	-3,097	-9,69	0	0	0	0
c ^{·I} _T	-40,599	-12,687	+11,368	-0,351	-0,365	-0,109
d ^{·I} _T	+2,717	+23,688	-0,762	-5,528	+0,245	-1,624

	0°	17°30'	46°	68°30'	92°	112°
a ^{·II} _T	+45,32	+10,98	0	0	0	0
b ^{·II} _T	-2,29	-7,17	0	0	0	0
c ^{·II} _T	-41,53	-10,49	+11,62	-0,304	-7,48	+0,81
d ^{·II} _T	+2,025	+23,83	-0,567	-6,23	+0,365	+1,66

	0 ^a	14 ^a 25	43 ^a	72 ^a	94 ^a 35'	115 ^a
a ^I	+11,641	+2,625	0	0	0	0
b ^I	+12,406	+2,975	0	0	0	0
c ^I	+13,295	-2,458	-5,052	+2,101	-1,197	-618
d ^I	-12,357	-12,407	+3,954	+2,260	+1,113	-665

	0 ^a	28 ^a 50'	66 ^a	108 ^a		
a ^{II}	+7,988	+3,778	+692	0		
b ^{II}	+8,638	+1,313	-639	0		
c ^{II}	+10,390	-2,426	-3,325	+1,120		
d ^{II}	-8,201	-8,201	+2,624	+2,488		

	0 ^a	9 ^a 15'	25 ^a 40'	42 ^a 30'	57 ^a 20'	69 ^a
a ^I	+3,820	+2,467	0	0	0	0
b ^I	+4,124	+1,168	0	0	0	0
c ^I	+4,483	- 765	-1,255	+ 542	+403	+168
d ^I	-4,168	-3,969	+1,167	+ 583	-375	+179

	0 ^a	17 ^a 30'	46 ^a	68 ^a 30'	92 ^a	112 ^a
a ^{I+}	+2,727	+830	0	0	0	0
b ^{II}	+2,952	+329	0	0	0	0
c ^{II}	+3,235	-777	-906	+451	+582	-120
d ^{II}	-3,005	-2,653	+841	+485	-541	-129

	0°	14°25'	43°	72°	94°35'	115°
a ^{·I} η	-3.824	-1.766	0	0	0	0
b ^{·I} η	-1.712	-56	0	0	0	0
c ^{·I} η	+1.572	-2.994	-503	-703	+141	+207
d ^{·I} η	+4.134	+659	-1.323	+267	-372	-79

	0°	28°50'	66°	108°		
a ^{·II} η	-4.484	-1.659	-167	0		
b ^{·II} η	-1.963	+128	+381	0		
c ^{·II} η	+1.606	+3.381	-514	+919		
d ^{·II} η	+4.993	+235	+1.598	+71		

	0°	9° 15'	25°40'	42°30'	57°20'	69°
a ^{·I} η	-706	+334	0	0	0	0
b ^{·I} η	-344	-163	0	0	0	0
c ^{·I} η	+302	+567	-84	-107	+27	-33
d ^{·I} η	+822	+119	-230	+ 39	+74	+12

	0°	17°30'	46°	68°30'	92°	112°
a ^{·II} η	-848	-272	0	0	0	0
b ^{·II} η	-399	+ 27	0	0	0	0
c ^{·II} η	+361	+642	-101	-145	+65	+39
d ^{·II} η	+967	+ 69	-271	+54	+174	-14

NOTA: Los signos son para el borde izquierdo, para el derecho, multiplicar por - 1.

	0°	14°25'	43°	72°	94°35'	115°
a ^I θ	-27.920	-21.529	0	0	0	0
b ^I θ	+66,398	-21.467	0	0	0	0
c ^I θ	-65.949	-40,894	+21.104	+4.641	+5.935	-1.465
d ^I θ	-27.298	+27.878	+8.735	-11.211	-2.457	+3.297

	0°	28°50'	66°	108°		
a ^{II} θ	-13,638	-8.683	-2.440	0		
b ^{II} θ	-28.703	-6.429	+1.159	0		
c ^{II} θ	-26.956	-12.562	+8.626	+3.379		
d ^{II} θ	-101.155	+13.737	+3.250	-4.633		

	0°	9° 15'	25°40'	42°30'	57°20'	69°
a ^I θ	-15.186	-13,653	0	0	0	0
b ^I θ	-37.886	-14.306	0	0	0	0
c ^I θ	-38.797	-22.800	+10.863	+2.141	-3.492	+659
d ^I θ	-16.466	+15.963	+4.511	-5.044	-1.492	-1.559

	0°	17°30'	46°	68°30'	92°	112°
a ^{II} θ	-6.864	-4.198	0	0	0	0
b ^{II} θ	-16.547	-3.107	0	0	0	0
c ^{II} θ	-16.824	-8.555	+4.711	+1.030	-3.028	-275
d ^{III} θ	-6.864	+7.499	+1.922	-2.524	-1.236	+673

NOTA: Los signos son para el borde izquierdo, para el derecho, multiplicar por -1.

CUADRO N° 8

Sistemas de
Soluciones de las ecuaciones auxiliares para borde común
 (Fórmula n° 80)

Sistemas de ecuaciones ('I)	1	2	3	4
+11.641A + 12.406 B + 13.295C - 12.357 D =	1	0	0	0
- 0,94 A + 0,92 B - 0,94 C - 0,96 D =	0	1	0	0
- B - D =	0	0	1	0
+ 44,24 A - 1,01 B - 42,36 C + 0,758 D =	0	0	0	1

Sistemas de ecuaciones ('II)	5	6	7	8
+ 7.988 A + 8.638 B + 10.390 C - 8.201 D =	1	0	0	0
- 0,67 A + 0,61 B - 0,66 C - 0,75 D =	0	1	0	0
- B - D =	0	0	1	0
+43,94 A - 1,51 B - 42,16 C - 0,82 D =	0	0	0	1

Sistemas de ecuaciones (''I)	9	10	11	12
+ 3.820 A + 4.124 B + 4.483 C - 4.168 D =	1	0	0	0
- 2,82 A + 2,98 B - 2,88 C - 2,69 D =	0	1	0	0
- B - D =	0	0	1	0
+ 46,09 A - 3,10 B - 40,60 C + 2,72 D =	0	0	0	1

Sistemas de ecuaciones (''II)	13	14	15	16
+2.727 A + 2.952 B + 3.235 C - 3.005 D =	1	0	0	0
-2,02 A + 2,05 B - 2,03 C - 2,01 D =	0	1	0	0
- B - D =	0	0	1	0
+ 45,32 A - 2,29 B - 41,53 C + 2,02 D =	0	0	0	1

Ligne Cuadro n° 8

~~Valores de las incognitas principales~~
~~Sistemas de ecuaciones anteriores~~

		Valores de las incognitas			
		A	B	C	D
Soluciones de los sistemas	1	+0,00002	+0,00002	+0,00002	-0,00002
	2	-0,253	+0,267	-0,277	-0,267
	3	+0,00449	-0,505	+0,0079	-0,495
	4	+0,012	+0,000387	-0,0112	-0,000387
	5	+0,000028	+0,000028	+0,000029	-0,000028
	6	-0,343	+0,389	-0,366	-0,389
	7	+0,0158	-0,522	+0,0446	-0,478
	8	+0,0124	+0,000828	-0,0109	-0,000828
	9	+0,00006	+0,00006	+0,00006	-0,00006
	10	-0,0759	+0,0884	-0,0988	-0,0884
	11	-0,0146	-0,489	-0,0135	-0,511
	12	+0,012	+0,0004	-0,011	-0,0004
	13	+0,000085	+0,000084	+0,000084	-0,000084
	14	-0,111	+0,124	-0,134	-0,124
	15	-0,0056	-0,500	-0,00289	-0,500
	16	+0,012	+0,00047	-0,011	-0,000473

CUADRO N° 9

Aproximaciones sucesivas de A, B, C y D, en el borde común.

(Fórmulas N°s 85, 86, 87, 90 y 91)

1° Tanteo.

	Peso	Viento	Nieve	Peso	Viento	Nieve
M	- 850	- 400	- 25	+ 100	+ 30	+30
tg	+98,000	+5.000	+14.800	-4.000	-550	-1.360
A ^I	+ 826	-470,5	+124,1	+1,5	+27,12	-8,0
B ^I	+1.589	+598	+255,3	-126,5	-54,5	-27,1
C ^I	-1,699	-511,4	-159,8	+118,6	+53,15	+23,5
D ^I	- 739	-197,8	-230,3	+30,6	+24,50	-2,7
A ^{II}	+ 892	+44,4	+131,1	+ 9,2	-14,92	-3,09
B ^{II}	+1.804	+233,7	+284,6	-144,0	-8,06	-35,27
C ^{II}	-2.064	-10,6	-359,7	+140,0	-8,88	+36,79
D ^{II}	- 954	+171,3	-260,7	+44,0	-21,94	+ 3,43
θ ^I	-3.000,000	-12.000,000	+3.720,000	+282,600	+10,000	-275,500
η ^I	+10.890,000	+773,000	+2.448,435	-117,320	-34,120	-23.430
N ^I	- 795	-369,5	- 81,9	+ 122	+57,05	+25,4
$(\frac{d S}{d x})$ ^I	- 537	- 237	-171,3	+ 295	+103,4	+24,35
θ ^{II}	+1.400,000	-8.740,000	+2.440,000	-343,000	+536,000	-38,000
η ^{II}	-16.575,000	-147,627	-4.077,135	+153,000	-5.350	+39,820
N ^{II}	+1.114	+100,7	+173,4	-187,2	- 1,4	-42,94
$(\frac{d S}{d x})$ ^{II}	+ 350	-144,1	+148,5	-232,7	+14,2	-43,4

T_p

Nota: Para que la carga del acero en el cordón sea 900 kg/cm² la de ser:

Ver nota adjunta. (Nota adicional al 3° tanteo).

$$T_p = 900 \frac{300.000}{2.100.000} \times 800 = 100.000$$

siendo 300.000, 2.100.000 y 800 respectivamente los coeficientes de elasticidad de hormigón, acero, y la sección de la lámina por metro lineal.

2º Tanteo

	1º término de la serie			2º término de la serie		
	Peso	Viento	Nieve	Peso	Viento	Nieve
M	- 830	- 480	- 130	+ 125	+ 20	+ 19
t _G	+90.000	+10,300	+29,000	-6.500	-1.440	-750
A ^I	+699,5	- 530	+281,9	-26,9	+ 15	+0,2
B ^I	+1.611,2	+657,3	+280,5	-149,6	-48,86	-27,7
C ^I	-1.633,2	-573,6	-317,5	+147,70	+61,2	+17,8
D ^I	-781,2	-177,3	-150,4	+24,60	+28,96	+3,7
A ^{II}	+ 807	+108,1	+282,5	- 19	-27,05	+4,51
B ^{II}	+1,791	+278,1	+316,1	+167,2	-5,18	-30,71
C ^{II}	-1.967	-74,1	-520,8	+170,4	+2,04	+30,38
D ^{II}	- 961	+200,9	-186,1	+42,2	-14,82	-11,71
θ ^I	-1.900,000	-13.450,000	+1.500,000	+81.000	+1246,000	-106.000
η ^I	+10.580,000	+633,000	+3.069,435	-13.880	-47.000	-19.689
N ^I	- 810	-414,5	- 124	+140,9	+54,4	+20,35
$(\frac{d S}{d x})$ ^I	- 620	-253,35	- 60,5	+224,8	+74,4	+53,57
θ ^{II}	-300,000	-9.460,000	+2.840,000	+275,000	+339,000	+16,000
η ^{II}	-16.025,000	-474,000	-4.702,133	+195.831	+15.000	+57.330
N ^{II}	+1.085	+144,5	+230,9	-192,4	-1,45	-35,75
$(\frac{d S}{d x})$ ^{II}	+ 396	-176,5	+65,5	-179,6	+36,00	-71,6

3º Tanteo

	1º término de la serie			2º término de la serie		
	Peso	Viento	Nieve	Peso	Viento	Nieve
M	- 850	- 490	- 85	+120	+ 30	+ 23
t _g	+90.000	+7,700	+21,000	-5.200	- 880	-1.000
A ^I	+698,5	-506,02	+189,4	-12,85	+22,92	-3,24
B ^I	+1.600,3	+659,28	+270,8	-143,8	-55,23	-24,15
C ^I	-1.634,4	-536,72	-236,9	+132,36	+56,25	+20,13
D ^I	-750,3	-169,28	-185,8	+23,30	+24,83	+ 1,25
A ^{II}	+796,6	+73,86	+193,7	-1,87	-21,56	+ 1,31
B ^{II}	+1.792	+284,87	+303,4	-160,9	-8,16	- 31,83
C ^{II}	-1.988	-49,53	-441,3	+154,63	-6,69	+32,97
D ^{II}	- 942	+211,12	-217,9	+40,9	-21,84	+8,83
θ ^I	-1.000,000	-9.750,000	+2.550,000	-94.000	+885,000	-164,000
η ^I	+10.430,000	+652,652	+2.654,000	-130,980	-38,900	-21,320
N ^I	- 799	- 404	- 106	-136,1	+57,8	+22,43
($\frac{d S}{d x}$) ^I	- 601	-246,35	-117,7	+254,2	+92,9	+41,80
θ ^{II}	+400,000	-10.000,000	+2.760,000	-207,100	+546,000	-100,000
η ^{II}	-15.875,000	-240,000	-4.322,000	+171,331	+1.780	+38,560
N ^{II}	+1.098	+134,1	+208,8	-183,5	-1,05	-38,04
($\frac{d S}{d x}$) ^{II}	+ 392	-164,16	+104,5	-213,5	+27,2	-60,0

g

Tensión total del cordón (fórmula 88) = 367.000 Kgs

Sección de acero = ~~367.000~~ 900 = 400 cm²

CUADRO N° 10

Valores de A, B, C, y D en los bordes extremos. (Fórmulas núm. 91)

	Peso	Viento	Nieve
Sistemas de ecuaciones (I)			
	1	2	3
12.641 A + 12.406 B + 13.295 C - 12.357 D	0	174.590	749,272
- 5.825 A - 1.712 B + 1.573 C + 4.134 D	772,982	0	0
- 0,41 A + 0,18 B + 0,15 C - 0,39 D	- 637	0	0
- B - D	0	0	0
Sistemas de ecuaciones (II)			
	4	5	6
7.937 A + 8.639 B + 10.390 C - 8.201 D =	0	-375,223	2.429,872
4.484 A + 1.963 B - 1.606 C - 4.993 D =	1.849,446	0	0
0,35 A - 0,16 B - 0,13 C + 0,33 D =	637	0	0
- B - D =	0	0	0
	7	8	9
3.820 A + 4,124 B + 4.483 C - 4.168 D =	0	-9.657	-8.289
- 706 A + 344 B + 302 C - 822 D =	-16.028	0	0
- 2,15 A + 1.03 B + 0,72 C - 2,03 D =	212	0	0
- B - D =	0	0	0
Sistemas de ecuaciones (III)			
	10	11	12
2.727 A + 2.952 B + 3.236 C - 3.005 D =	0	5.831	-15.205
848 A + 400 B - 362 C - 967 D =	20.461	0	0
1.81 A - 0,85 B - 0,62 C + 1,73 D =	212	0	0
- B - D =	0	0	0

Regio vedado n° 10

		Valores de las incógnitas			
		A	B	C	D
Soluciones de los sistemas	1	853,86	-594,19	359,14	594,19
	2	3,75	0,13	9,61	-0,13
	3	16,11	0,54	41,23	-0,54
	4	949,93	-761,70	504,39	761,70
	5	-10,99	0,53	-28,36	-0,53
	6	71,19	-3,45	183,69	3,45
	7	-52,60	38,68	-26,72	-38,68
	8	- 0,59	-0,047	-1,556	-0,047
	9	-0,507	-0,04	-1,34	0,04
	10	-62,8	45,69	-31,19	-45,69
	11	0,501	0,036	1.313	-0,036
	12	-1.307	-0,094	-3.424	0,094

CUADRO N^o 11

Componentes
 Valores de M, S, T, N, Q, ξ , η y θ . (Fórmulas N^o 78)

=	0°	14°25'	43°	72°	94°35'	115°
M'I i p	0	-3,38	190	61,0	53,5	-17,9
S'I i p	-635	-398	58,3	39,4	16,2	3,02
T'I i p	23.650	27.800	4.756	-4.326	1.328	1.272
N'I i p	-320	-188	11,9	-35,3	3,75	11,06
Q'I i p	-2.263	-453	290	-32,9	80,2	10,78
ξ 'I i p	0	-7.717,000	545,000	2.103,000	230,000	-618,000
η 'I i p	768,000	-12.000	-965,000	-94.000	-170,000	27.000
θ 'I i p	-24.100,00	-3.060,000	18.800,000	-5040000	680,000	-1.470,000
M'I i v	0	-6,18	-0,040	-1,64	-0,012	-0,480
S'I i v	0,005	-2,11	-0,478	0,639	-0,124	-0,191
T'I i v	-240	-92,4	131	-0,29	36,62	0,08
N'I i v	-3,36	-2,73	0,92	-0,17	0,261	0,055
Q'I i v	-12,3	-2,77	2,84	1,53	0,768	-0,466
ξ 'I i v	175,030	-11,790	-49.315	20,105	-11,614	-5.384
η 'I i v	0	22.010	-4.680	-6.785	1.398	2.010
θ 'I i v	-744,100	-481.400	201.900	46.200	57.300	-13.500
M'I i n	0	-26,5	-0,175	7,00	-0,005	-2,06

Sigue Cuadro nº 11

S'I i n	-0,037	-9,02	-2,05	2,75	-0,549	0,824	
T'I i n	-1.038	-395	560	-1,40	157	0,380	
N'I i n	-14,5	-11,7	3,98	-0,750	1,12	0,232	
Q'I i n	-53,0	-12,0	12,2	6,56	3,29	-2,01	
ξ'I i n	751,400	-51,500	-212,130	86.280	-50,110	-25,140	
η'I i n	0	94,615	19,980	-29.144	6.000	8.593	
θ'I i n	-2.991,300	-2063,600	865,300	198.000	246,300	-58.800	X

=	0 ^a	14 ^a 25'	43 ^a	72 ^a	94 ^a 35'	115 ^a
M'I						
d p	-850	+495	-240	-276	-67	+81
S'I						
d p	+48	-586	+17	+129,5	+8,4	+27,8
T'I						
d p	+97,832	+8.700	-21,919	+5,610	-6,149	-1,660
N'I						
d p	-789	-971	+128	-67,2	+36,5	+21,1
Q'I						
d p	+3.080,0	+857,0	-720,0	-143,0	-196,0	+43,0
ξ'I						
d p	+15,400,000	+19,880,000	+5.290,000	-5.000,000	+1.140,000	+1510,000
η'I						
d p	+11.060,000	+7.460,000	-1.810,000	+85.000	-49.000	+279,000
θ'I						
d p	-2.900,00	+4.600,00	+41.600,00	800,000	+7.850,000	+250,000 X
M'I						
d v	-490	+202	-54	-91	-15,2	+26,8
S'I						
d v	-310	-289	-4,5	+4 ⁰ ,4	+1,1	+9,5
T'I						
d v	-287	-9.600	-7.259	+1.279	-2.038,5	-580
N'I						
d v	-406	-354	+45,4	-18,2	+12,8	+5,78
Q'I						
d v	-174,1	-521,0	+213,0	+58,6	+57,5	-18,0
ξ'I						
d v	-2.690,000	+4.030,000	+2.040,000	-1.500,00	+450,000	+441.000
η'I						
d v	+710,000	+857,000	-492,000	-335,000	+13.000	+124,400
θ'I						
d v	+10.700,000	+18.000,000	12880,000	-600,000	-8.760000	+170,000 X
M'I						
d n	-85	+72	-59,5	-40	-16,8	+11,8
S'I						
d n	+6,1	-3,8	+3,3	-6,4	+1,0	-5,2
T'I						
d n	+17.987	+740	-3.175	+1.650	-887,4	-403,8
N'I						
d n	-105	-123	+220	-13,5	+4,6	+4,2
Q'I						
d n	+471,0	+109,0	-128,0	-9,0	-35,0	+2,7
ξ'I						
d n	+4.670,000	+4.170,000	+470,000	-915,000	+70.000	+270,000

η^I
 d n +2.328,000 +1.171,100 -365,000 -116,500 +102.200 -34.400

θ^I
 d n ~~-2.690,000 -5.430,000 +6.620,000 -980,000 +242,000 +588,000~~ X

	0 ^a	28 ^a 50'	66 ^a	108 ^a	
M' ^{II} i p	-850	+739	-472	-442,5	
S' ^{II} i p	+ 77	+591	+ 46	- 40	
T' ^{II} i p	+25.380	+7.700	-33.896	+2.100	
H' ^{II} i p	+1.084	+97,2	- 150	+ 265	
Q' ^{II} i p	+ 2.570,0	+1.433,0	-500,5	-275,0	
ε' ^{II} i p	+8.900,000	+17.900,000	+3.530,000	-4.550,000	
η' ^{II} i p	-15.010,000	-8.024,000	+73.000	-1.887,000	
θ'^{II} i p	+2.600,000	-6.500,000	-20.520,000	-2.120,000	×
M' ^{II} i v	-495,99	-117,6	+61,8	+0,7	
S' ^{II} i v	-53,6	-2,2	+33,29	+8,9	
T' ^{II} i v	+4.695,0	+4.480,0	-1.682,9	-1.832,0	
N' ^{II} i v	+134	+93,1	-9,8	-16,71	
Q' ^{II} i v	- 0,9	+150,8	+60,8	-29,1	
ε' ^{II} i v	+780,000	-969,000	+588,000	+464,000	
η' ^{II} i v	+90.000	-202,500	+458,200	-30,100	
θ'^{II} i v	-10.020,000	+995,000	+412,000	-1.187,000	×
M' ^{II} i n	- 85,5	+194,2	-86,4	-99	
S' ^{II} i n	-03,0	+120,9	+5,92	-9,1	
T' ^{II} i n	+10.030,0	-1.040,0	-7.170,9	+750	
H' ^{II} i n	+208	+6,75	-35,15	+22,1	

	0 ^a	28 ^a 50'	66 ^a	108 ^a	
Q ^{'II} i n	+514,0	+290,8	-117,6	-60,4	
ξ ^{'II} i n	+1.410,000	+3.985,000	+840,000	-1.040,000	
η ^{'II} i n	-3.255,000	-1.822,000	-33,500	-420,5000	
θ^{'II} i n	+2.144,000	-1.050,000	-4.641,000	-450,000	X
M ^{'II} d p	0	-419	163	139	
S ^{'II} d p	638	353	-23,1	-32,0	
T ^{'II} d p	20,722	29.890	9.748	-4.985	
N ^{'II} d p	489	-104	-43,7	66,6	
Q ^{'II} d p	-2.004	-462	295	20,0	
ξ ^{'II} d p	0	-4.900,000	1.460,000	2.465,000	
η ^{'II} d p	-1.860,000	-436,500	-511.500	-518,000	
θ^{'II} d p	18.430,000	-820,000	-3.637,000	1.970,000	X
M ^{'II} d v	0	18,73	0,76	-5,71	
S ^{'II} d v	-0,38	-5,65	-0,97	0,02	
T ^{'II} d v	718	170	-384	-60	
N ^{'II} d v	-12,21	0,04	3,65	0,07	
Q ^{'II} d v	26,62	18,38	-6,61	-5,14	
ξ ^{'II} d v	-372,520	69,455	84,960	-33.120	
η ^{'II} d v	-210	77,850	-15.780	26,040	

	0°	28°50'	66°	108°	
0' II d n	-902,200	-430,700	219,300	95,500	X
M' II d n	0	-121	-4,95	36,8	
S' II d n	2,60	36,5	6,24	-0,145	
T' II d n	-4.598	-1.088	2.475	387	
N' II d n	79,4	-0,170	-23,6	-0,540	
Q' II d n	-173	-119	42,8	33,2	
5' II d n	2.465,600	-152.100	-567,500	196,900	
η' II d n	0	-583,370	102,150	-168,750	
0' II d n	5.746,000	2.848,400	-1.413,200	803,300	X

=	0 ^a	9 ^a 15'	25 ^a 40'	42 ^a 50'	57 ^a 20'	69 ^a
M ^{''} I						
i p	0	20,1	-10,8	-3,45	3,45	1,06
S ^{''} I						
i p	212	142	-16,8	-10,68	5,40	-1,04
T ^{''} I						
i p	-1.564	-2.014	-274	223	0,20	65,62
N ^{''} I						
i p	37,7	-30,3	-1,43	3,35	0,46	1,05
Q ^{''} I						
i p	444	127	-50,8	5,15	16,3	1,57
E ^{''} I						
i p	0	89,700	-11,600	-37,100	3,700	-11,400
η ^{''} I						
i p	-16,150	-43,900	11,140	1,350	-3,600	418
θ ^{''} I						
i p	1.010,000	160,000	-463,000	180,800	151,000	42,500 X
M ^{''} I						
i v	0	0,986	0,013	-0,203	-0,004	0,062
S ^{''} I						
i v	0	1,749	0,339	-0,409	-0,109	-0,125
T ^{''} I						
i v	36,57	9,48	-17,74	0,29	0,58	0,09
N ^{''} I						
i v	0,910	0,073	-0,228	0,042	0,073	0,013
Q ^{''} I						
i v	5,90	2,93	-1,22	-0,527	0,394	-0,173
E ^{''} I						
i v	-9.641	-511	2.015	-823	-648	-254
η ^{''} I						
i v	0	-1.064	120	170	-38,60	57,10
θ ^{''} I						
i v	70,390	45,120	-16,790	-3,527	5,380	-1,103 X
M ^{''} I						
i n	0	0,845	0,011	-0,175	0,004	0,053
S ^{''} I						
i n	0	1,50	0,291	-0,351	-0,093	-0,107
T ^{''} I						
i n	31,0	8,34	-15,28	-0,690	-0,480	-0,211

	0°	9°15'	25°40'	42°50'	57°20'	69°
N ⁿ I						
i n	0,789	0,062	-0,193	0,037	0,063	0,011
Q ⁿ I						
i n	5,08	2,49	-1,06	-0,487	0,340	-0,153
S ⁿ I						
i n	-8.272	-425	1.732	-707	-556	-219
7 ⁿ I						
i n	+3,20	-916	103	145	-33,2	44,5
θⁿI	60,510	38,915	-14,420	-3,082	4,640	-948
M ⁿ I						
d p	+120,5	-15,3	+6,5	+17,10	-2,1	-5,3
S ⁿ I						
d p	+73,5	+12,9	+13	-37,2	-4,3	-11,4
T ⁿ I						
d p	-436,2	+1.140,0	+1.482,2	-176,5	-42,3	-52,4
N ⁿ I						
d p	+137	-47,9	-17,6	+5,39	+5,64	+1,69
Q ⁿ I						
d p	-836,5	-452,7	+123,5	+37,2	-40,1	+11,7
ε ⁿ I						
d p	-151.000	-466,300	-138,600	+85,100	+44,400	+26,260
η ⁿ I						
d p	-117,100	-96,660	+16,350	+13,290	-5.300	+4.120
θⁿI	-3.390,000	+455,000	-1.548,000	-164,000	+499,500	-61.700
M ⁿ I						
d y	+30,4	-19,4	+6,9	+7,3	-2,25	-2,26
S ⁿ I						
d v	+115,5	+48,0	-2,8	+17,3	+0,9	-5,3
μ ⁿ I						
d v	-992,5	+880,0	+621,0	-156,0	-14,5	-46,1
N ⁿ I						
d v	+57,9	-26,2	-6,51	+3,29	+2,10	+1,03
Q ⁿ I						
d v	-459,2	-192,4	+64,4	+10,7	-20,6	+3,25
ε ⁿ I						
d v	-6.000	-149,500	-41.500	+44.600	+13.300	+13.900

=	0°	9°15'	25°40'	42°50'	57°20'	69°
η^{nI} d v	-40,400	-51.320	+10.420	+5.040	+3.300	+1.555
θ^{nI} d v	+930,000	+487,000	-726,000	+1.5.000	+233.000	+1.300 X
M^{nI} d n	+22,90	-0,15	+0,35	+2,61	-0,11	-0,81
S^{nI} d n	+ 6,1	-3,8	+3,3	+6,4	+1,0	-5,2
T^{nI} d n	-892,1	-56,9	+227,04	-14,0	-7,09	-4,24
N^{nI} d n	+22,45	-7,18	-2,82	+0,66	+0,90	+0,21
Q^{nI} d n	-124,15	-73,46	+17,24	+6,53	-5,5	+2,06
ξ^{nI} d n	-28,200	-56,300	-23,750	+11.640	+7.630	+3.574
η^{nI} d n	-17.830	-14.409	+1.986	+2.101	-633,0	+645,0
θ^{nI} d n	-168,500	+46,200	-221.500	-36.700	+71.850	-11.360 X

	0 ^a	17 ^a 30'	46 ^a	68 ^a 30'	92 ^a	112 ^a	
H ^{II}							
1 p	+120	-57,13	+11,5	+23	-7,35	-6,2	
S ^{II}							
1 p	-106,6	-193,3	-89,0	+43,3	+4,5	-11,6	
T ^{II}							
1 p	-6.033,7	+484,5	+1.776,8	-303,0	+3,3	+193,0	
N ^{II}							
1 p	-184	-18	+23,6	-9,70	-15,1	+16,5	
Q ^{II}							
1 p	-720,25	-357,83	+100,0	+34,5	-71,40	-9,10	
ξ ^{II}							
1 p	-103,150	-280,360	-105,500	+89,900	+67,900	-23,750	
η ^{II}							
1 p	+161,200	+98.970	-26.700	-20.200	+17,100	+5.425	
θ ^{II}							
1 p	-2.071,000	-504.200	+808.500	+57.000	-520	-15.000	×
M ^{II}							
1 y	+30,00	+15,14	-6,1	-1,0	+3,9	+0,27	
S ^{II}							
1 y	+65,5	+1,8	-5,8	-3,75	+6,05	+1,01	
T ^{II}							
1 y	-727,4	-628,0	-65,6	+139,05	+42,00	-41,62	
N ^{II}							
1 v	-1,15	-11,2	+0,42	+2,29	-0,26	-0,61	
Q ^{II}							
1 v	+84,8	-5,00	-14,55	+4,7	+10,35	-1,22	
ξ ^{II}							
1 v	-38,600	+42.590	-12.400	-13,650	+8.000	+3.600	
η ^{II}							
1 v	+2.160	-130	+6.580	-10.830	-4.235	‡ 50	
θ ^{II}							
1 v	+545,000	+7.600	-73,800	+48.100	+47.400	+1.885	×
M ^{II}							
1 n	+23,0	-13,13	+2,5	+4,9	-1,6	-1,3	
S ^{II}							
1 n	-24,1	-40,4	-19,2	+9,2	+0,85	-2,47	
T ^{II}							
1 n	-1.214,5	+113,2	+329,5	-65,5	-212,5	+41,3	

=	0	17°30'	46°	68°30'	92°	112°
K ^{II} i n	-37,9	-3,16	+4,96	-2,07	-3,19	+0,54
Q ^{II} i n	-151,6	-74,04	+21,6	+7,3	-15,25	+1,9
ξ ^{II} i n	-11,730	-58,400	-22,400	+19,250	+14,250	-5,090
η ^{II} i n	+32,090	+20,530	-5,720	-4,280	+3,670	+1,165
θ ^{II} i n	-91,200	-119,500	+172,100	+11,500	-110,500	-3,000
M ^{II} d p	0	28,6	-12,8	-4,78	8,25	1,28
S ^{II} d p	-212	-46,3	-3,30	12,55	-10,63	-3,34
T ^{II} d p	-1.713	-1.768	-347	295	221	-102
N ^{II} d p	-52	11,6	2,05	-5,43	-1,30	1,45
Q ^{II} d p	373	71,9	-39,2	4,5	27,9	-1,20
ξ ^{II} d p	0	109,300	-9,600	-36,600	6,100	9,740
η ^{II} d p	-6,700	4,920	-15,520	-2,060	9,970	570
θ ^{II} d p	-507,000	-50,000	234,500	-84,700	-152,000	22,200
K ^{II} d v	0	-0,81	-0,01	0,197	0,006	-0,052
S ^{II} d v	0	1,07	0,937	-0,337	-0,158	0,094
T ^{II} d v	-31,8	-9,34	15,3	-0,180	-9,86	-1,01
N ^{II} d v	0,923	0,030	-0,227	0,046	0,146	-0,012
Q ^{II} d v	-3,51	-2,21	0,651	0,411	-0,488	-0,107

=	0	17°30'	46°	68°30'	92°	112°
ξ "II d v	5.815	-496	-1.220	574	744	-153
η "II d v	-19,4	-702	122	192	-78,8	-51,5
θ "II d v	25.870	13,678	-6.131	-1.451	5.966	384
M"II d n	0	2,02	0,030	-0,520	-0,020	0,140
S"II d n	0,02	-2,08	-2,50	-0,870	0,410	-0,240
T"II d n	83,6	24,6	-40,00	0,460	25,80	-2,64
N"II d n	-2,42	-0,080	0,600	-0,120	-0,380	0,032
Q"II d n	9,60	5,84	-1,71	-1,07	1,22	0,280
ξ "II d n	-15.159	1.259	3.179	-1.495	-2.051	398
η "II d n	53,0	1.841	-319	-500	205	134
θ "II d n	-67.660	-35.689	16.018	3.780	-10.284	-1.003

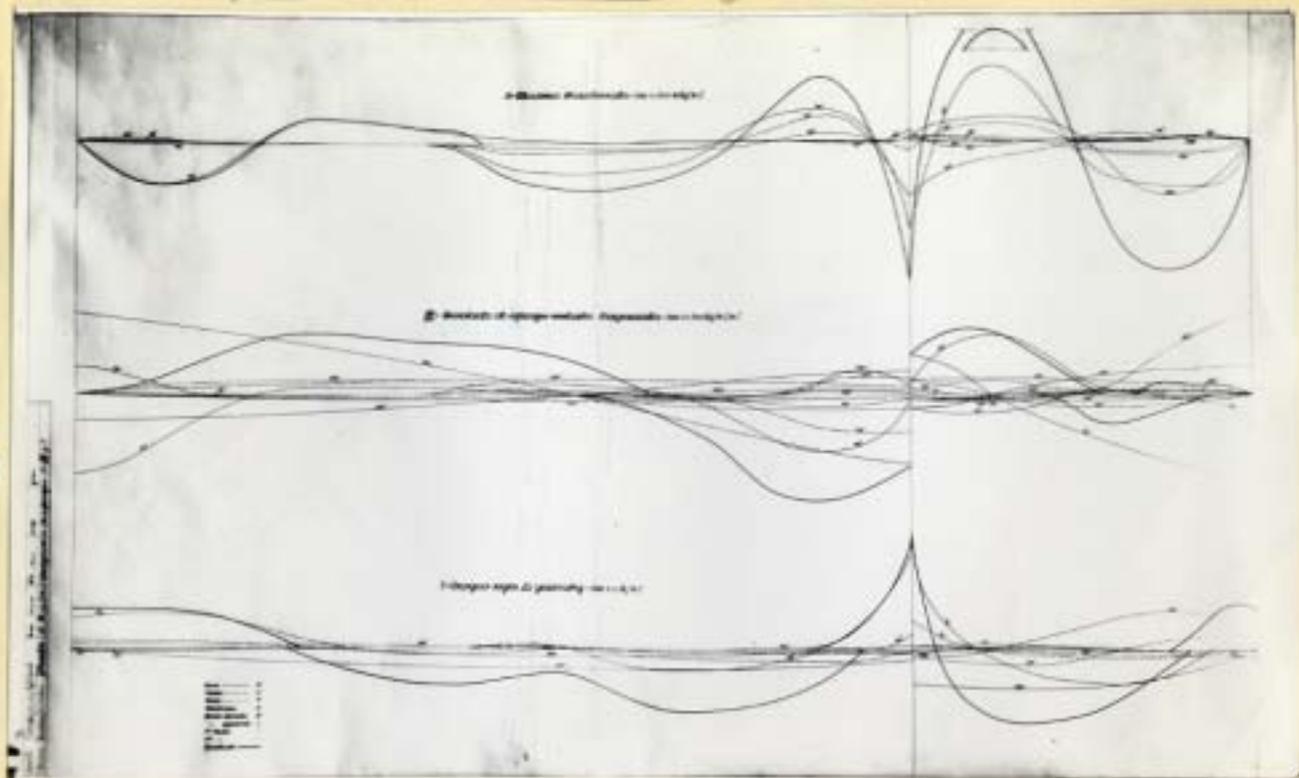


Fig 9. Diagramas de M , $\frac{dS}{dx}$, y T

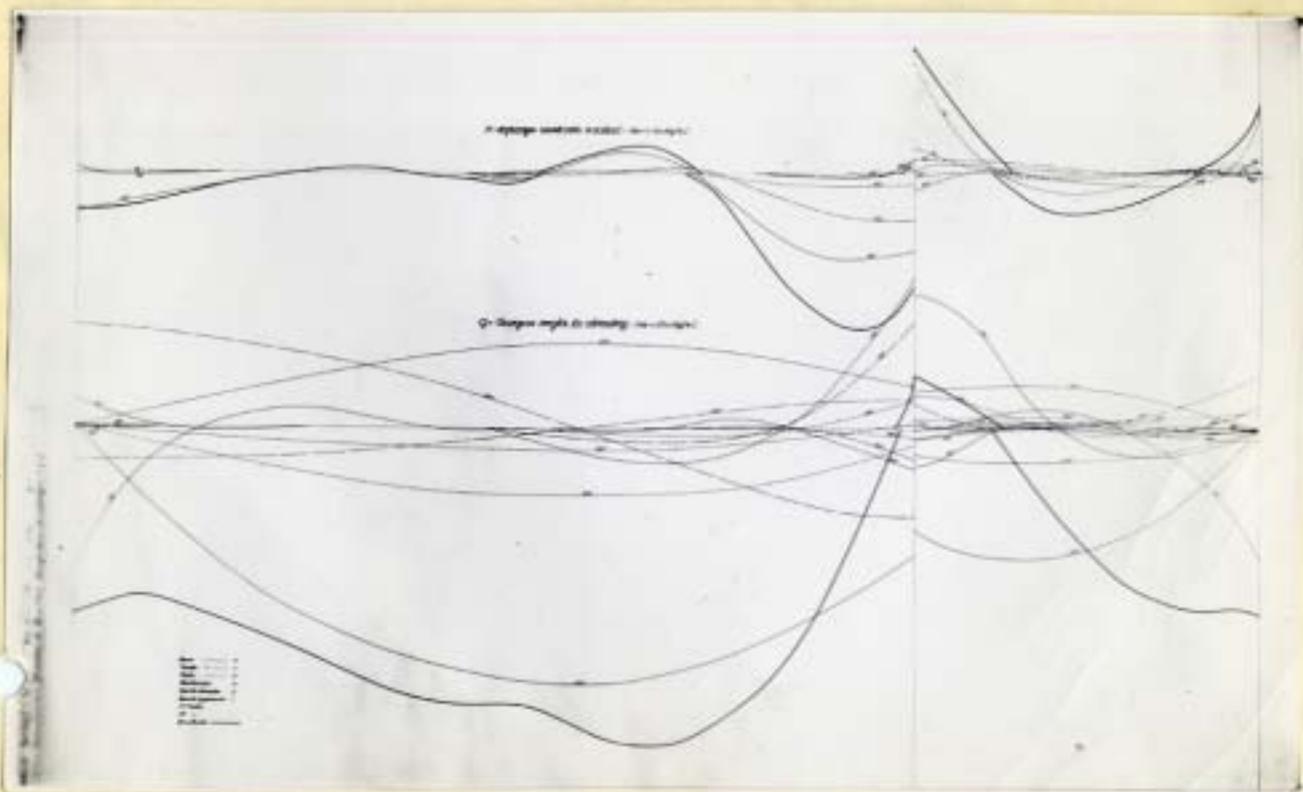


Fig 10. Diagramas de N y Q

* En los cuadros anteriores se han corregido algunos errores de escala importante que se notaban en estos diagramas, no siendo por tanto exacta la correspondencia.

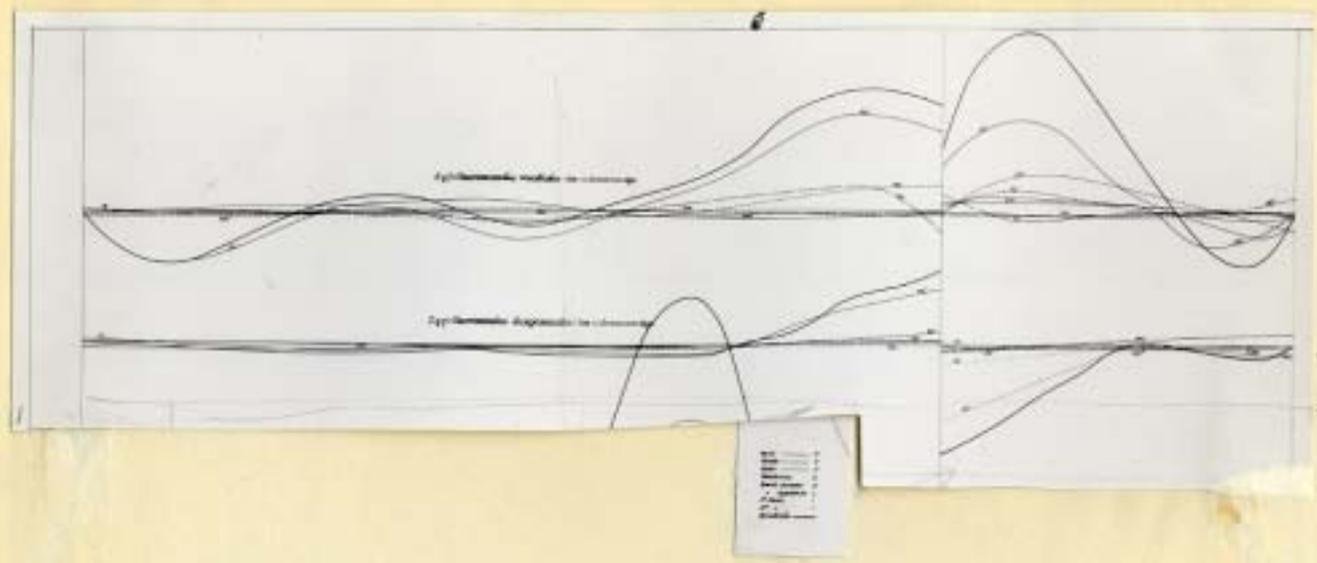


Fig 11. Diagramas de $Eg 8$, $Eg 7$, y $\frac{E\theta}{R}$

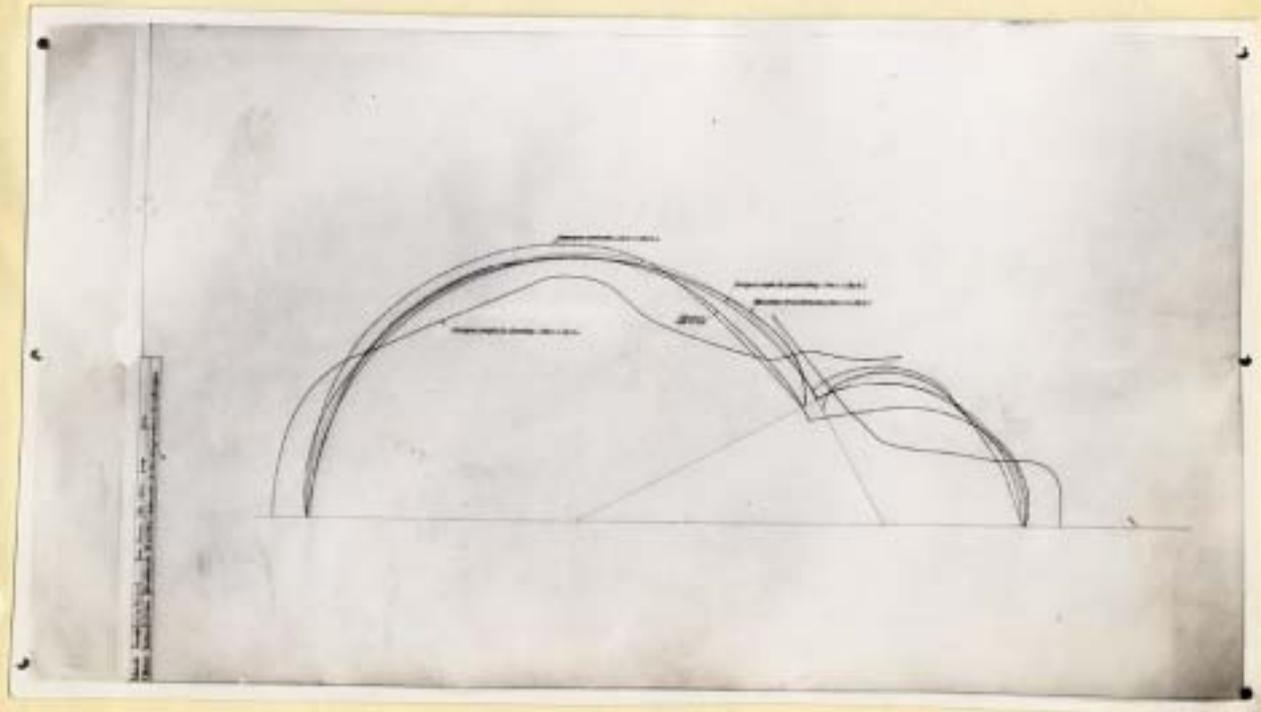


Fig 12. Diagrama reunido de esfuerzos y corrimientos.

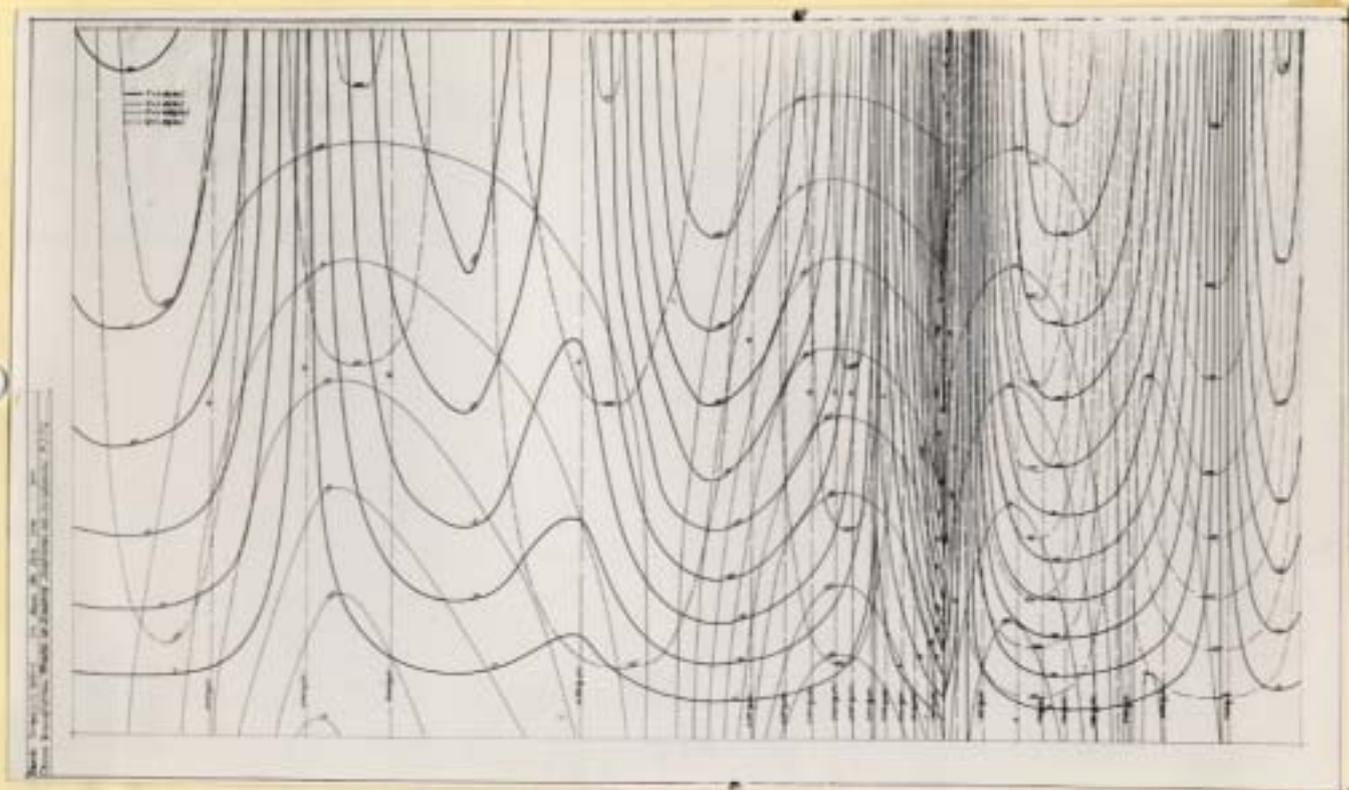


Fig 13 - Isobaras de T, Q, S, y M sobre la lámina desarrollada

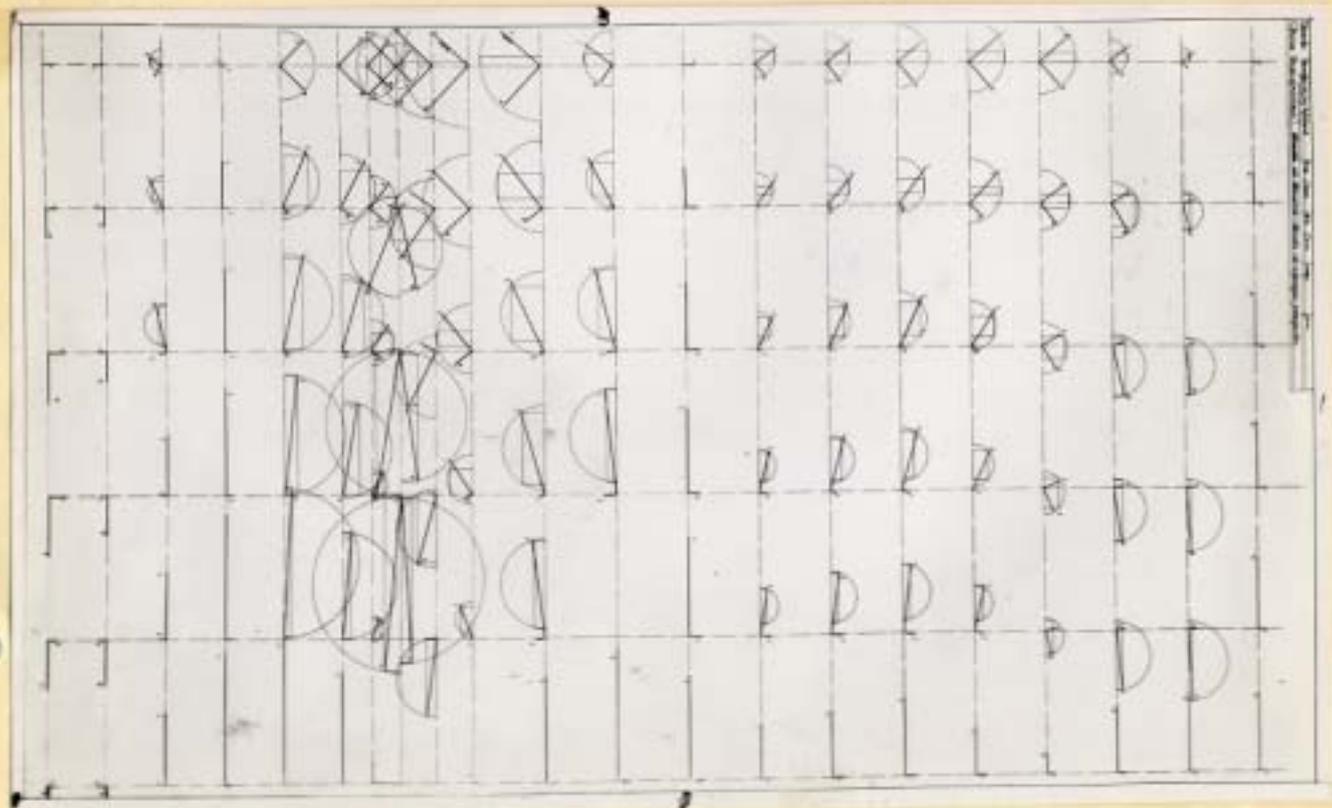


Fig 14. Trazado de círculos de Mohr.

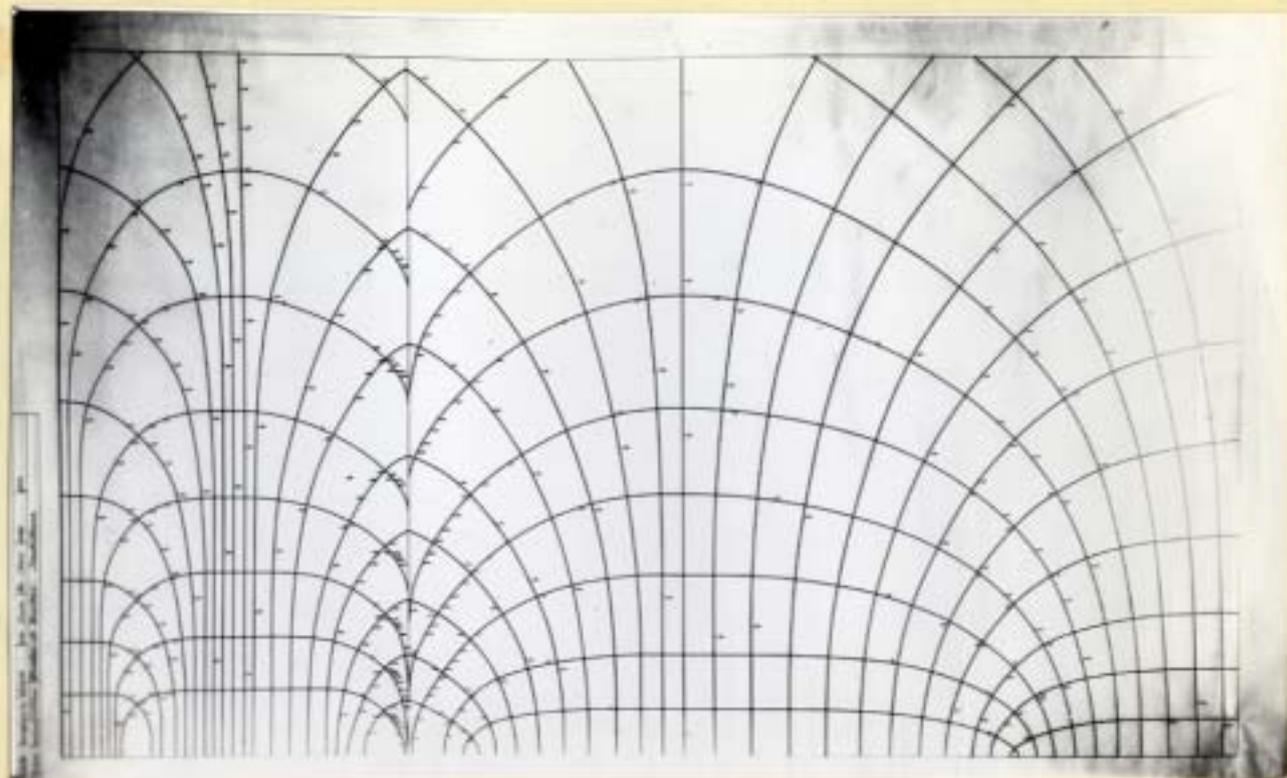


Fig 15. Isostaticas en la superficie media desarrollada

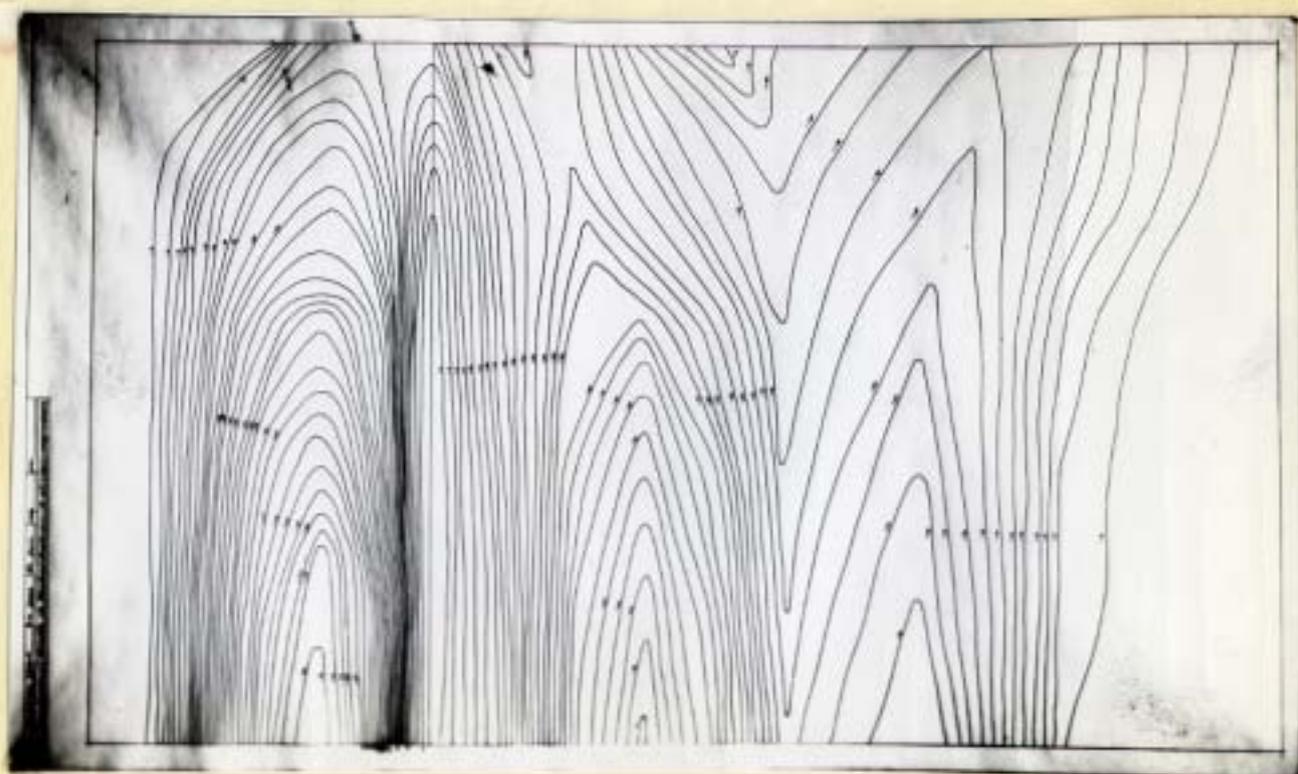


Fig 16. Isobaras de máximas compresiones en la superficie media desarrollada.

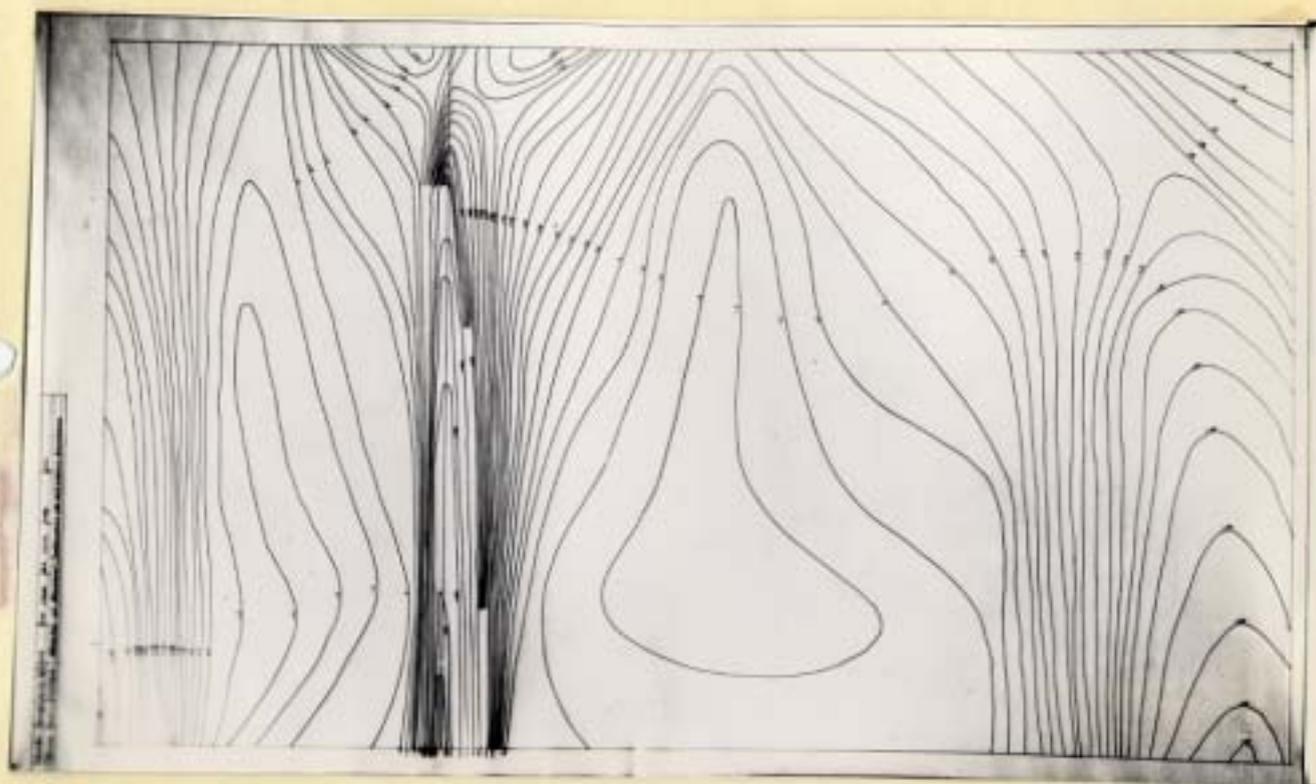


Fig 17 - Isobaras de máximas tensiones en la superficie media desarrollada.

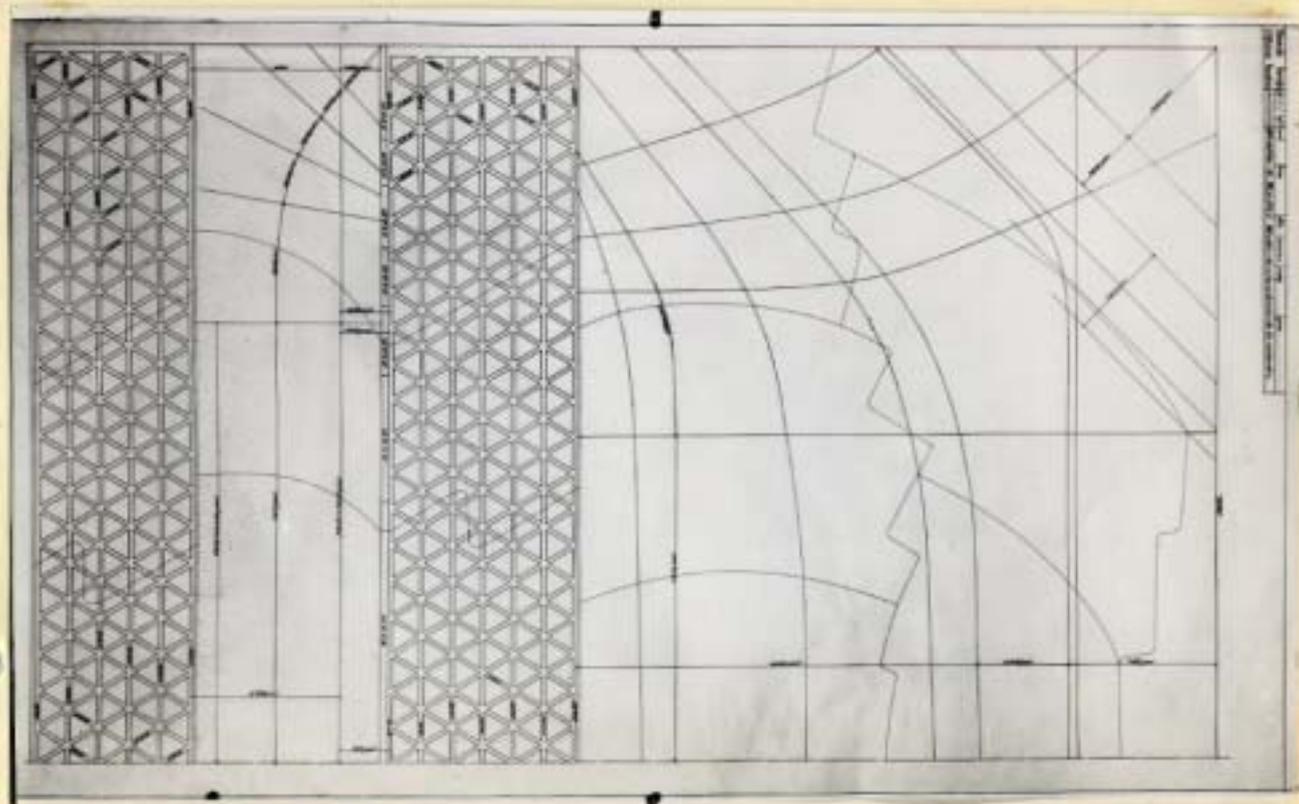


Fig 18. Planta desarrollada de armaduras y juntas de hormigonado

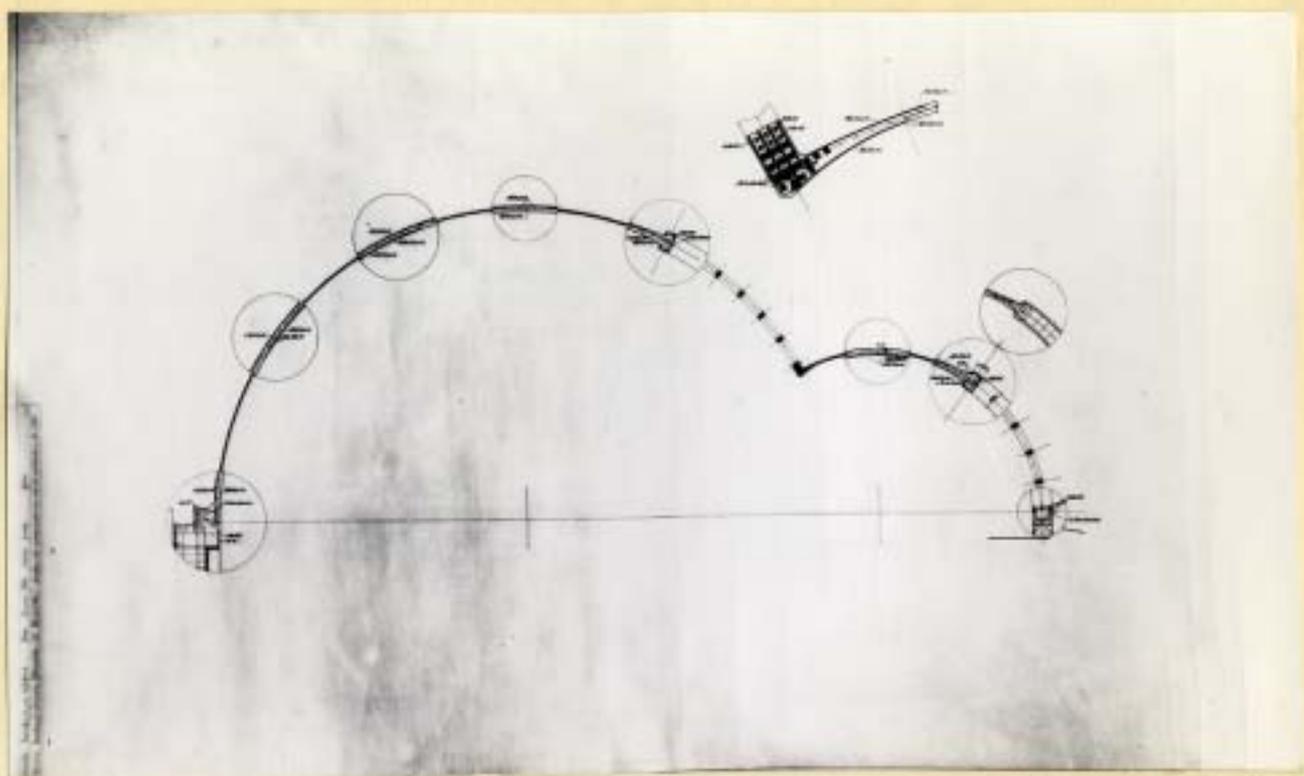


Fig 19 - Sección transversal con armaduras

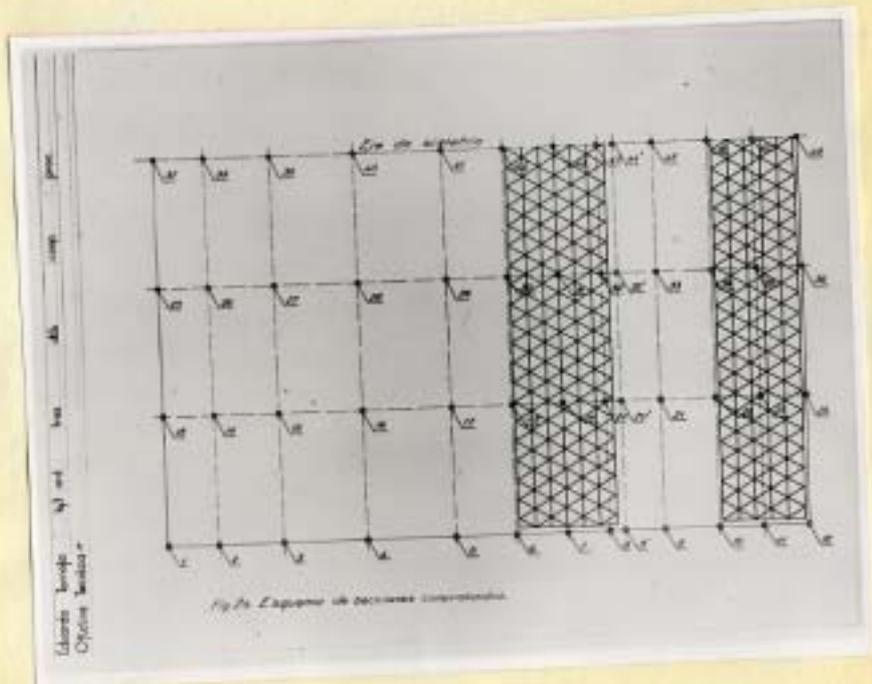


Fig 20 - Esquema de posición de las secciones comprobadas

Cuadro ¹² *reales de*
Variaciones de sección, peso y rigidez entre las láminas
y los lucernarios en diferentes sentidos

Tipo de sección	Sección virtual	Momento de inercia	Espesor virtual
Lámina de 8 cms., con sección llena a compresión	800	4.200	8
Lámina con 7ϕ25 m. = 12, a tensión sin contar el hormigón tendido	470 1.040		4 10,4
Lámina a flexión de 8 cm, con 7ϕ10, m = 12, sin contar el hormigón tendido.	800	1.600	6
Lámina especial en puntos de máxima flexión con 11 cm, y adoble armadura de 7ϕ15, m = 12	1.100	7.000	9,5
Lucernario en sentido longitudinal trabajando a compresión con $\frac{(15 \times 30)2 + (4\phi 25 + 4\phi 15)7}{1,20}$	900		9
Idem idem a tensión $\frac{(6\phi 35 + 4\phi 15)12}{1,20}$	640		6,4
Lucernario en sentido transversal trabajando a flexión con 2ϕ15, m = 12, y canto de 20 cm., multiplicando esta sección con $\frac{\cos 30^\circ}{0,70}$ para obtener la composición por metro de ancho.		11.000	11
Lucernario en sentido diagonal trabajando a tensión con $\frac{(4\phi 35)12}{1,20} \times 2$	780		7,8
Idem Idem a compresión con $\frac{(15 \times 30)2 + 94\phi 15 + 4\phi 25)7}{1,20}$	900		9

El peso de la lámina contendo con 8 cms., y con 20 kg., para uralita y madera, da 212 kg/m²; y el del lucernario con 10 kg., para el vidrio = 254 kg/m²; todo ello con peso específico de 2.400. Se toma m = 7 para compresión, y m = 12 para las secciones a flexión y barras de lucernario a tensión.

11/1

Cuadro no 13

Atención
 COMPROBACION DE LAS PARTES PRIMARIAS EN DIFERENTES PUNOS DE LA BOVEDA (Fig. no 1)
 (Los números de la izquierda corresponden a los indicados en la Fig. no 2)
 Secciones resistentes
 Cargas totales en toneladas

Número	Tensión	Compresión	Flexión	Tensión	Compresión	Flexión mkg.
1	5ø15	---	---	1	0	0
2	5ø15	8 x 100	---	4	7	0
3	7ø15	8 x 100	---	12	14	0
4	6ø15	8 x 100	---	9	15	0
5	6ø15	8 x 100	---	4	9	0
6	4ø10	11 x 100	---	11	17	0
7	$\frac{1}{1,2}(4ø35+4ø20)$	$\frac{1}{1,2}(15x150x2+(4ø15+4ø30)7)$	---	25	26	0
8	$\frac{1}{1,2}(4ø35+4ø20)$	$\frac{1}{1,2} 15x30x2+(4ø15+4ø30)7$	---	18	16,5	0
8'	8ø15	11 x 100	---	15	14,0	0
9	8ø15	8 x 100	---	15	15	0
10	7ø15	8 x 100	---	1	3	0
11	$\frac{1}{1,2}(4ø25+4ø20)$	$\frac{1}{1,2} 15x30x2+(4ø25+4ø20)7$	---	5	1	0
12	$\frac{1}{1,2}(4ø25+4ø20)$	---	---	10	0	0
13	7ø15	---	---	14	0	0
14	$\frac{1}{2}(7ø25+7ø15)$	8 x 100	---	18	4	196
15	6ø15	8 x 100	---	10	10	78

16	4010	8 x 100	---	1	19	61
17	4010	8 x 100	---	0	14	210
18	4010	11 x 100	---	0	29	84
19	$\frac{1}{1,2}(4025+4020)$	$\frac{1}{1,2} 15 \times 30 \times 2 + (4015+4020)7$	---	9	20	280
20	$\frac{1}{1,2}(6035+4015)$	---	$a = 100 \quad d = 1 \quad c = 9, 5 \quad m = 12$ $t = 6 \quad 015$	38	3	356
20'	5035	---	$a = 100 \quad d = 11 \quad c = 9, 5 \quad m = 12$ $t = 6 \quad 015$	28	4	0
21	6015	9 x 100	"	1	9	580
22	---	9 x 100	"	0	22	280
23	$\frac{1}{1,2}(4015+4020)$	$\frac{1}{1,2}(15 \times 30 \times 2 + (4015+4020)7)$	$15 \times 20(2015 \times 12) \frac{00830^2}{0,70}$	5	5	570
24	$\frac{1}{1,2}(6035+4015)$	---	---	19	0	0
25	7025	---	---	24	0	0
26	7025	8 x 100	$a = 100 \quad d = 8 \quad c = 6, 5 \quad m = 12 \quad t = 7 \quad 010$	25	3	310
27	6015	8 x 100	"	11	5	125
28	4010	8 x 100	"	0	24	98
29	4010	8 x 100	"	0	23	330
30	4010	11 x 100	"	0	41	134
31	$\frac{1}{1,2}(4025+4020)$	$\frac{1}{1,2} 15 \times 30 \times 2 + (4015+4020)7$	$15 \times 20(2015 \times 12) \frac{00830^2}{0,70}$	1	19	445
32	$\frac{1}{1,2}(6035+4015)$	---	"	6	1, 5	510

32'	7δ35	11 x 100	a=100 d=11 c=9,5 m=12 t=v=7δ15	35	4	0
33	---	10 x 100	15x20(2δ15x12) $\frac{\cos 30^\circ}{0,70}$	0	49	920
34	---	10 x 100	a=100 d=11 c=9,5 m=12 v=3δ15 t=4δ15	0	37	445
35	$\frac{1}{1,2}(4δ15+4δ20)$	$\frac{1}{1,2}(15x30x2+(4δ15+4δ20)7)$	15x20(2δ15x12) $\frac{\cos 30^\circ}{0,70}$	9	36	900
36	$\frac{1}{1,2}(6δ35+4δ15)$	---	---	24	0	0
37	7 δ25	---	---	30	0	0
38	7δ/25	---	a=100 d=8 c=6,5 m=12 t=7δ 10	30	0	350
39	6δ15	8 x 100	"	9	4	140
40	---	8 x 100	"	0	25	110
41	---	8 x 100	"	0	28	375
42	---	11 x 100	"	0	46	150
43	---	$\frac{1}{1,2} 15x30x2+(4δ15+4δ20)7$	15x20(2δ15x12) $\frac{\cos 30^\circ}{0,70}$	0	17	500
44	$\frac{1}{1,2}(6δ35+6δ15)$	---	"	66	2	620
44'	7δ35	11 x 100	a=100 d=11 c=9,5 m=12 t=v=7δ15	48	5	70
45	---	11 x 100	"	0	56	1030
46	---	11 x 100	a=100 d=11 c=9,5 m=12 t=4δ15 v=3δ15	0	24	500
47	$\frac{1}{1,2}(4δ15+4δ20)$	$\frac{1}{1,2}(15x30x2+(4δ15+4δ20)$	15x20(2δ15x12-2δ15x12) $\frac{\cos 30^\circ}{0,70}$	12	7	1020
48	$\frac{1}{1,2}(6δ35+4δ15)$	---	---	30	0	0

CUADRO N° 14

CARGAS UNITARIAS EN ~~kg/cm²~~ *de trabajo*
(en kg/cm²)

Numero (H ₂ O)	Tensión	Compresión	Flexión	
			Hormigón	Hierro
1	114	--	--	--
2	450	8,8	--	--
3	960	17,6	--	--
4	850	18,8	--	--
5	380	12,2	--	--
6	1.140	21,2	--	--
7	550	27,6	--	--
8	400	17,4	--	--
8'	1.000	12,8	--	--
9	1.000	18,8	--	--
10	81	3,8	--	--
11	155	1,3	--	--
12	310	--	--	--
13	1.130	--	--	--
14	790	5	--	--
15	950	12,5	--	--
16	125	24	--	--
17	--	17,5	--	--
18	--	26,5	--	--
19	280	23,5	--	--
20	700	--	22,6	410
20'	590	--	--	--
21	94	32	38	660
22	--	24,5	17,8	320
23	310	5,8	41	750
24	330	--	--	--

25	700	--	--	--
26	720	3,7	48	980
27	1.030	6,2	19	400
28	--	30,0	15	310
29	--	29,0	51	1.040
30	--	37	21	420
31	32	22	27	320
32	1.120	--	30	360
32'	--	3,6	--	--
33	--	49	45	900
34	--	37	29	760
35	168	--	54	650
36	710	--	--	--
37	880	--	--	--
38	880	--	54	1.100
39	850	5	21,5	440
40	--	31	17	350
41	--	35	50,7	1.190
42	--	42	23	480
43	--	20	30	360
44	1.210	--	37,5	450
44'	720	4,5	3,3	70
45	--	51	48	10,1
46	--	22	33	8,5
47	740	8,2	49	720
48	560	--	--	--

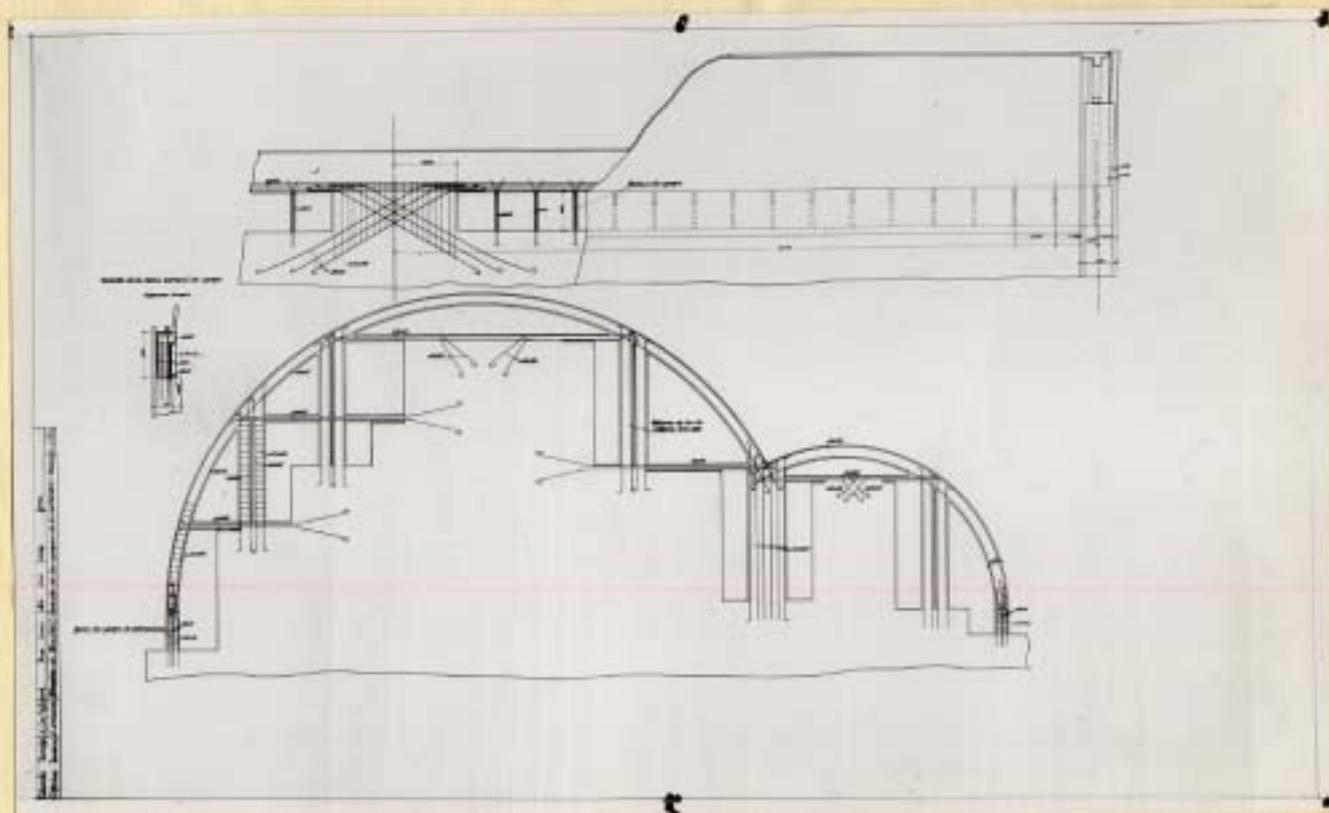


Fig 21 - Plano de las estructuras sustentantes.

Cuadros 15. Computación de los pilos del muelle rígido.

(Fig 24)

N.º de la pieza (Fig 24)	1	2	4	5
Altura en cm.	100	6,00	6,00	6,00
Ancho en cm.	150	50		150
Espesor en cm.	0,30	30	30	30
Canto útil en cm.		25	25	25
Momento de inercia acentinallas en cm^4		90.000		225.000
Armadura de tracción en cm^2		2 ϕ 25	2 ϕ 25	6 ϕ 25
Idem de compresión en cm^2		2 ϕ 25	2 ϕ 25	6 ϕ 25
Carga axial en Kg.		26.500		88.000
Flèche obligada en cm.		2	2	2
Carga transversal resultante en Kg.		630	420	1.570
Momento flexión en la base en m.Kg.		3.780	2.510	9.500
Profundidad de la fibra neutra en cm.		15	15,5	13
Momento de inercia real en cm^4		86.400	92.000	194.000
Carga de trabajo del hormigón en Kg/cm^2		66	43,5	53
Idem de la armadura en Kg/cm^2		650	400	720

Los otros pilos tienen cargas menores.

En el 2 la carga del hormigón de 66 Kg/cm^2 se admite por que la flecha obligada de este pilar es mucho menor por corresponder este mudo a una geometría muy poco cargada longitudinalmente.

Los riostras tienen solamente un de anchura y su sección se ha fijado holgadamente para la carga axial. (con armadura muy centrada)

CAPITULO V

INFORME SOBRE EL PROYECTO Y PRESCRIPCIONES COMPLE-
MENTARIAS

Una vez terminado el proyecto, el Consejo de la Empresa estimó oportuno solicitar un informe sobre el mismo a dos especialistas de reconocida competencia y autoridad, y aceptada gustosamente la idea por los autores del proyecto, la Empresa solicitó de Don J. E. Ribera y Don J. M. Aguirre un informe, cuyo contenido copiamos a continuación.

Informe sobre el proyecto
de cubierta para el Frontón denominado "RECOLETOS"

por los Ingenieros Don J.E. Ribera y Don J.M. Aguirre

Se trata del proyecto de cubrir una planta rectangular de 32 x 55 metros, con una bóveda cilíndrica de generatrices horizontales que se apoya en todo el perímetro y que pertenece al grupo de las llamadas bóvedas membranas, por su pequeño espesor. La directriz es continua y

está compuesta por dos arcos secantes dentro de la planta y además se establece otra discontinuidad con dos claraboyas inclinadas para dar paso a la luz Norte.

120 El material de que se proyecta es el hormigón armado.

Esta solución de cubierta difiere mucho de las soluciones que pudiéramos llamar clásicas, en las que las bóvedas, aunque fuesen de hormigón armado, se calculaban con las mismas normas y tenían todo el aspecto de las bóvedas de fábrica de piedra, o de ladrillo.

Posteriormente, a fin de aligerar, las construcciones se proyectaron las bóvedas de hormigón armado, haciéndolas en forma de bóvedas nervadas en las que los nervios se calculaban, como la parte verdaderamente resistente, y las pantallas que unían unos nervios a otros para cerrar la bóveda, que se calculaban resistiendo como forjados corrientes.

Se vió en esta clase de bóvedas que la forma de trabajo de las mismas no respondía a las hipótesis de cálculo, pues los forjados o membranas que iban de unos nervios a otros transmitían a los apoyos la mayor parte de las cargas de la bóveda y la sollicitación a la flexión trabajando como forjados entre dos nervios, era muy pequeña.

Generalizándose este concepto se llegó a las bóvedas membranas actuales de las que, aunque hay en España algunos ejemplos todavía producen una sensación de asombro, al verlas proyectadas y construidas.

Sin embargo, la técnica de estas bóvedas membranas ya

se encuentra muy avanzada, habiendo salido del campo teórico, y para no hablar mas que de las bóvedas membranas de tipo cilíndrico, como la que nos ocupa, y que por su forma de cálculo se denomina Zeiss-Dywidag, pueden citarse el Mercado de Franckfort, en el que se cubre una superficie de 220 x 36,70 m., por 15 bóvedas de esta clase, dispuestas transversalmente y teniendo cada una 14 metros de luz.

Mayor es todavía la cubierta del Mercado de Budapest, de solución parecida a la anterior, pero en la que la longitud de la bóveda entre tímpanos es de 41 metros, con un espesor de membrana de seis centímetros.

Hay otros ejemplos, como los hangares de Hamburgo y Turin, pero el de Budapest es el que tiene mayor longitud entre los ejecutados.

En España se han construido en este tipo las bóvedas de la Escuela Elemental de Trabajo en la Calle de Alberto Aguilera de Madrid, con 22 metros de longitud, y la de la Iglesia de Villaverde Alto (Madrid) formada por tres lóbulos secantes entre sí, parecida a la de la cubierta que informamos, cubriendo una planta de 25 x 17 metros con espesor de 5 centímetros.

Saliendo de las bóvedas cilíndricas, se han cubierto con membranas de hormigón salas octogonales hasta de 76 metros de luz como las de Leipzig y Basilea, con espesores de 7 centímetros, y en España, la del Mercado de Algeciras con planta octogonal de 48 metros de luz y 9 centímetros de espesor.

Todas estas cubiertas se han construído sin el menor contratiempo, aunque ninguna de ellas / llegue a las dimensiones de la proyectada, que creemos será la mayor del mundo entre las de su tipo.

No obstante, nos parece que los resultados obtenidos en las antes citadas, sobre todo en las pruebas de las dos cubiertas existentes en España, que hemos presenciado personalmente, permite que se pueda construir sin excesivo atrevimiento la cubierta proyectada teniendo mucho cuidado en adoptar especiales precauciones de que después hablaremos.

En el proyecto que nos ocupa, el cálculo está hecho en la misma forma en que se encuentran hechos los cálculos de la cubierta que acabamos de citar.

Se basa este cálculo en ^{los} principios de la resistencia, de ~~los~~ materiales y de la mecánica elástica, que hoy viene siendo de general aplicación en el cálculo de problemas constructivos de alguna importancia.

En los cálculos que desarrollan los autores del proyecto, hay dos peticiones de principio, a saber:

- Nulidad de la flexión longitudinal en la membrana.
- Nulidad del módulo de Poisson.

A nuestro juicio, ambas peticiones de principio pueden admitirse, pues la flexión longitudinal ha de ser relativamente muy pequeña para poder admitirla como nula, y la nulidad del módulo de Poisson es clásica en todos estos cálculos y no hay inconveniente en admitirla puesto que realmente el espesor puede considerarse infinitamente pequeño con respecto a las otras dimensiones. No nos es po-

sible, dada la premura de tiempo, rehacer todos los cálculos que han hecho los autores del proyecto para su debida comprobación respecto de errores materiales de cálculo que pudieran contener, pero el aspecto perfectamente concordante de los diagramas de esfuerzos que se obtienen, así como la vista de las isostáticas e isobaras de la cubierta, son completamente satisfactorias, por lo que no parece que en estos cálculos se hayan cometido graves errores materiales.

Se desarrolle por separado el cálculo para el peso propio, el viento y la nieve, cosa que ^{suele} no ~~puede~~ hacerse por la complicación que representa, pero que naturalmente constituye una mayor garantía sobre el cálculo.

Las sobrecargas se han calculado a razón de 250 kg por metro cuadrado para las cargas propias, 100 kgs. para el viento y 65 kg. para la nieve, siendo aceptables pues corresponden a las instrucciones normales para el clima de Madrid.

Los autores prescinden de los esfuerzos de temperatura, suponiéndolos anulados por medio de dispositivos que permiten la libre dilatación de la membrana sin perjuicio de la estabilidad de la misma.

Encuanto al cálculo de los esfuerzos en los bordes que es una cosa sumamente delicada, se han calculado por un método similar al de Finster-Walder, empleado para el cálculo del Mercado de Budapest, que consiste en establecer, por el método de las funciones de Airy, una función que se considera a priori, como integral segunda de los

esfuerzos de flexión y dándole forma de exponencial, que transforma con arreglo al teorema de Euler, en trascendente, se llega a obtener la expresión de un efecto cualquiera de borde, como la suma de cuatro ondas senoidales amortiguadas que nacen en el borde que se estudia, y sus cuatro reflejos en el borde opuesto. El gran ángulo con que se cortan en el centro ~~de~~ las directrices de las bóvedas y su pequeño espesor, hacen que el amortiguamiento de las ondas sea tal, que al llegar al borde opuesto, su valor, al ser prácticamente despreciable, permite a su vez despreciar las ondas reflejas; pero a pesar de esta simplificación, debida a la forma geométrica de la directriz, la resolución de los sistemas de ecuaciones que dan las constantes de integración con arreglo a las condiciones de restricción de los bordes, resultan muy numerosas, representando por consiguiente un ^{gran} trabajo su resolución; dominada esta dificultad, y pudiendo comprobarse los resultados por la verificación de las ecuaciones correspondientes, parece que la determinación de todos los coeficientes que entran en estos efectos de borde están suficientemente asegurados y libres de error.

En cuanto a las cargas de trabajo se obtienen unos máximos de 50 kgs/cm², para el hormigón; 1.100 kg/cm², para el hierro en general, que se reduce a 800 gramos para el armado del encuentro central. A nuestro juicio, estas cargas son corrientes y perfectamente admisibles.

De esto resulta que tratándose de una bóveda proyectada basándose en un sistema que tiene suficiente número

ro de aplicaciones para confirmar la bondad del mismo, y estando hechos los cálculos con arreglo a la mejor técnica actual de la mecánica elástica y únicamente con unas peticiones de principio corrientemente admitidas en esta clase de obras, creemos que es perfectamente factible la construcción de esta bóveda según se desprende ^{de} los resultados del cálculo; pero dado lo excepcional de sus dimensiones, deben tomarse especiales precauciones, para que su realización completa se aproxime cuanto sea posible a las hipótesis de cálculo, evitando en cuanto se pueda las imperfecciones inherentes a la misma.

Esto tiene gran importancia porque lo que ocurre en realidad en las obras es que se originan esfuerzos secundarios debidos a que las deformaciones reales y por tanto las cargas de trabajo originadas no son las supuestas en el cálculo. Para hacer frente a estos esfuerzos secundarios y a los defectos de los materiales, se introduce en los cálculos el coeficiente de seguridad que suele ser suficiente para absorber los trabajos suplementarios, porque en obras corrientes los esfuerzos secundarios no adquieren proporciones exageradas; pero en este caso hay que tener mucho mas cuidado porque esas inadaptaciones de la obra al cálculo, si pasan de ciertos límites, pueden originar cargas de trabajo que lleguen a la rotura.

En primer lugar, entendemos que sería preferible que las claraboyas se prolongaran hasta los tímpanos*, haciéndolas continuas de uno a otro en dirección de las generatrices o bien subdividir las formando varias clarabo-

*. En la fig. 22 puede verse la disposición que se había ideado primeramente para las claraboyas.

yas pequeñas separadas unas de otras por la membrana cont
nua que forma la bóveda. Con la primera solución se esta-
blecería una mayor continuidad en la superficie y se impe-
dirían los esfuerzos secundarios que necesariamente tiene
que haber, en la parte de membrana que en la disposición
actual existe entre los tímpanos y el arranque de las cla-
raboyas, sirviendo de estribo a las mismas.

En la segunda solución, de hacer varias clarabo-
yas pequeñas separadas por trozos de membranas, se dismi-
nuiría ~~el~~ valor de estos esfuerzos secundarios, haciéndolo
los así menos peligrosos.

Creemos que sería conveniente la ejecución de
la obra con cemento aluminoso, porque tratándose de espeso-
res muy pequeños /^{es} precise obtener en lo posible un mayor
coeficiente de seguridad, ya que en estas secciones peque-
ñas, el aumento de cargas, por ~~de~~ eficiencias en una sección
puede llegar a alcanzar proporciones enormes; además, esto
tendría la ventaja de disminuir la contracción del fragua-
do, cosa muy importante, dadas las dimensiones de estas
membranas, y permitir un descimbramiento mas rápido, con lo
que se consigue la disminución de plazo que tanto interesa
a la Sociedad.

Es esencial la cimbra que se vaya a emplear. Es-
ta cimbra debe ser perfectamente rígida y entera, en forma
que permita el hormigonado de toda la bóveda de una sola
vez. Habría de tenerse especialísimo cuidado en que no ha-
ya alabeo ninguno en las generatrices sino que éstas sean
perfectamente horizontales, y llamamos particularmente la
atención sobre este punto, pues en esto una falta de cui-

dado podría acarrear la ruina de la obra, debido a los esfuerzos secundarios que se producen y no tenidos en cuenta. El descimbramiento debe estar perfectamente estudiado, para que sea continuo, sin golpes ni sacudidas, y como se trata de una bóveda de dimensiones excepcionales, creemos que debe proyectarse esto en tal forma, que, la cimbra, después de separarse unos centímetros de la bóveda conserve toda su rigidez y resistencia, a fin de que se pueda probar la cubierta y se pueda volver a cimbrar con mucha rapidez, en caso de que se presentaran deformaciones anormales.

La sobrecarga de prueba debe ser por lo menos una vez y media la supuesta en los cálculos.

Como hoy día existen procedimientos para medir las deformaciones que se producen en una estructura, con una precisión enorme, creemos que sería muy conveniente poner algunos testigos, para comprobar las deformaciones reales con las del cálculo, por medio de auscultadores con el procedimiento de vibraciones sintonizadas, y que los que suscriben han tenido ocasión de emplear con éxito en otras obras.

Los cambios de sección que necesariamente origina la existencia de las claraboyas son zonas muy peligrosas; por consiguiente, al hormigonar deberá tenerse esto muy presente para que de ninguna manera resulten muy debilitadas estas secciones durante el hormigonado.

Se supone en los cálculos, como ya hemos dicho, que la bóveda trabaja a libre dilatación. Esta libre dilata-

ción debe estar perfectamente asegurada para que se produzca libremente el movimiento sin originar reacciones, adoptando disposiciones que lo garanticen. Se disminuirían naturalmente las dilataciones por temperatura y además es conveniente, desde el punto de vista de comodidad, el aislar térmicamente esta bóveda con una capa de corcho, una cámara de aire u otro aislante.

Por otra parte, se supone que la membrana se apoya toda en unos apoyos indeformables. Como esto no ocurre en uno de los lados, en que se apoya en una estructura, es preciso darle a la viga de apoyo superior de esta estructura, toda la rigidez que precisa para que prácticamente pueda cumplir aquellas condiciones de cálculo.

Por último, como la membrana puede quedar bastante suelta, sería necesario comprobar en su caso, y tomar las precauciones necesarias para que no pueda ser elevada por efecto de succión del viento.

Resumiendo todo lo dicho, nos parece que el proyecto es perfectamente viable, en suficientes condiciones de seguridad siempre que se tenga un escrupulosísimo cuidado en su construcción siendo a nuestro juicio conveniente:

1ª.- Modificar las claraboyas, o bien prolongarlas hasta los tímpanos, de modo que sea enteriza de tímpano a tímpano o bien subdividir las en varias claraboyas pequeñas, y dejando entre ellas trozos de membrana, que aislen una de otra.

2ª.- Que se emplee cemento aluminoso.

3^a.- Que la cimbra sea bien rígida y que se compruebe escrupulosísimamente la horizontalidad perfecta de todas las generatrices, dando, antes del hormigonado, las contraflechas necesarias para que se cumpla esta con dición.

4^a.- Que se asegure un descimbramiento fácil sin sacu ^{obtenido,} ~~das~~ ni esfuerzos secundarios, que pudieran ^{ser} ~~mediane~~ por ejemplo, ^{mediante} el empleo de gatos hidráulicos o de tornillo.

5^a.- Que se pruebe, después de separar unos centímetros la cimbra, con una sobrecarga que sea, por lo menos, vez y media la del cálculo. Esta prueba debe hacer se con las generatrices interiores del Frontón cargadas y sin cargar. También aconsejamos como muy conveniente que se pongan unos testigos para poder medir las deformaciones reales producidas en los diversos estados de carga.

6^a.- Que se tenga especial cuidado en el hormigonado de las zonas contiguas a las claraboyas, y en el borde interior que resulta del encuentro de las dos bóvedas.

7^a.- Que se emplee una disposición que asegure la libre dilatación.

8^a.- Que se aisle térmicamente.

9^a.- Que la carrera sobre la que se apoya uno de los bordes de la membrana sea muy rígida.

10^a.- Que se compruebe, a los posibles efectos del levante por succión del viento.

Adoptando estos cuidados, creemos que la ejecución de la obra proyectada no solamente es viable, sino que el éxito de la misma será un nuevo prestigio de nuestra técni

ca arquitectónica, siendo digna de todo elogio la decisión de los autores del proyecto de cubrir este espacio con una bóveda como la proyectada, que al ser la mayor del mundo colocará a España en lugar preeminente en los avances de la técnica, y que además supone en sus autores un espíritu esforzado y moderno de buscar nuevas soluciones y orientaciones que reflejan un avance progresivo, en lugar de seguir por los moldes rutinarios y manidos, mas cómodos para proyectar y de menor responsabilidad.

LOS INGENIEROS:

J. Eugenio Ribera. J. M^a Aguirre.

Cumplimiento de las prescripciones del Informe

CUMPLIMIENTO DE LAS PRESCRIPCIONES DEL INFORME

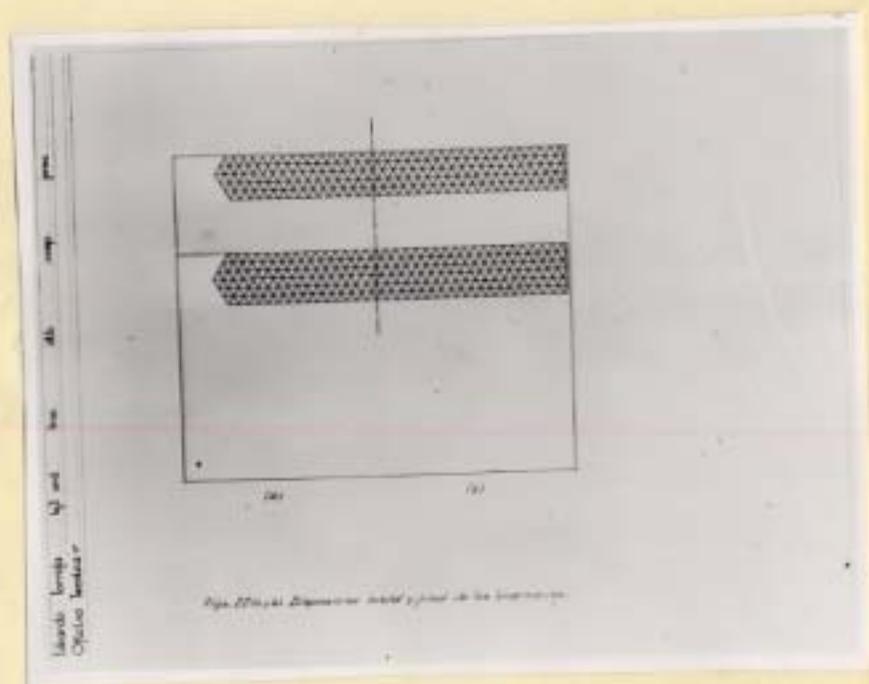
Pasado este informe tanto a la Empresa como al Constructor y a la Dirección Técnica, se aceptaron todas las especificaciones que en el mismo se indican, en la siguiente forma:

1ª.- Las claraboyas que se habían proyectado primeramente como se ve en la figura 2^(a) sin llegar a las directrices extremas, se prolongaron hasta éstas ^{(2)(b)} por considerar lo ventajoso desde todos los puntos de vista estético, funcional y resistente.

2ª.- El hormigonado se hizo con cemento aluminoso Electroland para todos los elementos de la cubierta y de las palizadas y bielas sustentantes.

3ª.- La cimbra se construyó completa, con arreglo al proyecto de la casa Constructora. En cuanto a las contraflechas, se calcularon con el 120% de las deducidas del cálculo para carga simultánea de peso, viento y nieve, más una contraflecha supletoria variable linealmente de los arranques al cordón de la gaviota, empezando en cero en aquéllos y llegando a 5 centímetros en éste, con el objeto de mantener algo de contraflecha final en esta arista para mejorar su efecto estético y permitir el desagüe.

Tanto esta última contraflecha supletoria como el exceso del 20% de las contraflechas sobre las del cálculo producen tendencia a elevar las zonas comprimidas de cla-



Figs 22. Disposiciones inicial (a) y final (b) de las clavijas.

ves y a descender el cordón de gaviota; pero como ninguna de las dos cosas resulta perjudicial, particularmente con la intensidad pequeñísima que les corresponde para esas contraflechas, se consideró preferible el riesgo de obtener flechas finales positivas, cuya influencia aunque pequeña disminuiría la posible tendencia al pandeo.

4^a.- El descimbramiento se dispuso por ^{medios de} cajas de arena, que por facilidad de construcción y seguridad de manejo se consideraron por el Constructor preferibles a los gatos; y para establecer un sistema de posible recuperación en el descenso, se montaron pares de cuñas gruesas sobre cada caja de arena con las que hubiera podido levantarse nuevamente la cimbra unos 10 centímetros.

Mas adelante detallamos la operación de descimbramiento y la marcha seguida en los descensos.

5^a.- La carga de prueba se hizo con sacos de arena sobre la lámina, no pudiendo aplicarse naturalmente el equivalente de la carga de viento, si bien a los pocos días sopló un violento vendaval que vino a hacer estos efectos de prueba; la carga simultánea del graderío se hizo con la misma madera de la cimbra desmontada, y en el capítulo correspondiente se detallan las flechas obtenidas.

6^a.- El hormigonado resultó efectivamente laborioso, particularmente entre los hierros del paquete de la gaviota, lográndose rellenar perfectamente todos los espacios, gracias a la mayor cantidad de agua que admite el cemento fundido, y al golpeteo o ligera vibración supleto

ría al apisonado que se dió por la parte interior del encofrado. Para cumplir la última prescripción, se dispuso ~~efectivamente~~ una instalación de testigos de control que se detalla mas adelante.

7ª.- El sistema de libre dilatación, que se estaba todavía estudiando al entregar el proyecto y cálculo de la lámina a los Ingenieros asesores, es el que se ha detallado ya anteriormente; con él se obtiene una libertad completa de dilatación longitudinal de las generatrices, pues la dilatación transversal está de por sí más que asegurada en todas estas láminas; pero además, como allí se ve, se permite también el libre movimiento de las estructuras de tímpano o piñón.

8ª.- El aislamiento térmico, aun cuando en realidad, a juicio del proyectista, interesaba solamente el necesario para evitar fuertes desnivelaciones térmicas en el espesor de la lámina, se dispuso con una capa ^{una} de pulgada de corcho comprimido por encima de la lámina y otra por el interior de corcho poroso de medio centímetro, prevista principalmente para mejorar las condiciones acústicas de la sala.

9ª.- La carrera sobre la que se apoya la lámina en el lado de las tribunas es la viga maestra que sostiene, no solamente los voladizos del graderío alto y la entreplanta que dejan, sino también el piso inferior de palcos colgados; salva esta viga en su parte central una luz libre de 22 metros y bajo el peso propio y el de las estructuras de los tres pisos descendió 7 milímetros so-

lamente. Ahora bien; como el peso de estas estructuras es de 21 tn/m^2 , y la sobrecarga de cálculo 10 tn/m^2 ~~6 ses.~~, ~~en total~~, las flechas correspondientes a estas últimas, que son las únicas que ha de soportar con la cubierta ya construída, se han de reducir a $3,3$ milímetros, que en una luz de 22 metros y con una estructura tan elástica como la de la cubierta, cuyas flechas ya conocemos, se consideraron más que suficientes para cumplir la prescripción en cuestión del Informe.

10ª.- Por último, los efectos de succión de viento, que no se habían tenido en cuenta en el cálculo inicial, se estudiaron de acuerdo con la ley

$$0,40 \sqrt{\text{sen } \varphi} - \frac{2n}{100} \cos \varphi \quad (\text{kg/m}^2.)$$

que corresponde a la velocidad de 30 m/s, máxima de las registradas en Madrid, según se ha dicho al establecer las hipótesis. ^(Cap II ap 1) Esta modificación sobre la primitiva ley = $100 \text{ sen } \varphi$, se introdujo ^{en el} a partir del cálculo gráfico solamente, con lo que se simplificó mucho el trabajo. En las

figs 9 y 10 se han dibujado las curvas resultantes con esta ley, que ^{donde} ~~son~~ ~~necesarias~~ dan valores menores que con la ley ~~tenida en cuenta anteriormente a base de perfiles contrapuestos solamente.~~ En cumplimiento de la indicación última del apartado 5ª)

del Informe, se pidió a "Investigaciones de la Construcción S.A.", una propuesta de instalación completa de control, que fué la siguiente:

PROPUESTA DE INSTALACION DE CONTROL PARA LA CUBIERTA DEL
FRONTON RECOLETOS

presentada por "Investigaciones de la Construcción S.A."

Hemos estudiado esta cubierta con el especial interés que corresponde a la importancia de la obra, y vista sobre los planos de cálculo del Sr. Torroja y particularmente sobre el plano de isostáticas la distribución de los esfuerzos principales, consideramos que la instalación de control debe responder a las tres necesidades siguientes:

- 1^a.- Determinación rápida de las flechas y corrimientos de la cubierta durante el descimbramiento.
- 2^a.- Determinación de las cargas reales de trabajo en los puntos principales de la estructura, no solamente durante el descimbramiento y pruebas de la estructura, sino durante el primer periodo de vida de la misma.
- 3^a.- Determinación de los corrimientos radiales y transversales de la placa en toda su superficie y con ^{densidad de control} suficientes ~~proximidades~~ para poder acusar cualquier deformación excesiva que se produjera localmente y que pudiera indicar la aproximación, aunque lejana, de una anomalía en las condiciones existentes del conjunto.

Para la primera finalidad, consideramos que dada la gran altura de la cubierta sobre el suelo y la falta de puntos fijos fuera de los muros de contorno, no es aconsejable el empleo de flexímetros corrientes sobre la cimbra, ya que los movimientos de ésta pueden perjudicar grandemente a la exactitud y seguridad de la lectura.

El empleo de péndulos que hemos empleado en la cubierta similar de Algeciras, resulta también muy incómodo para el personal que tiene que andar por la cimbra, particularmente durante el descimbramiento, produciéndose golpes y errores frecuentes.

Por este motivo, consideramos preferible el empleo de cables de equitensión sujetos a los frentes o tímpanos en los que apoya la estructura y que, siguiendo las generatrices rectas de los lóbulos, permitirá tener puntos de referencia a lo largo de la bóveda para medir las flechas tanto radial como tangencialmente, con el empleo de un cuadro de calibrage especial, pudiendo asegurar la exactitud de la lectura con errores menores de un milímetro, que consideramos suficiente para esta clase de trabajos.

Para la segunda finalidad, proponemos el empleo de auscultadores de deformación interna micrométricos del tipo ICON BH 5, que por su mínimo diámetro y las condiciones particulares de la envolvente permiten ^{ser alojados} alojarse en espesores tan pequeños como los de esta plaza, sin debilitarla.

La colocación de estos auscultadores se proyecta en la siguiente forma: (figura 23). Cuatro en la arista, por ser un elemento esencial de la estructura, donde las tensiones son máximas; dos en cada una de las claves de los dos lóbulos, para acusar las máximas compresiones longitudinales; dos en cada uno de los faldones donde se producen nuevamente esfuerzos de tensión importantes y cuatro en diagonal en la claraboya central junto a los arranques, para acusar los esfuerzos transversales. Simétricamente con estos,

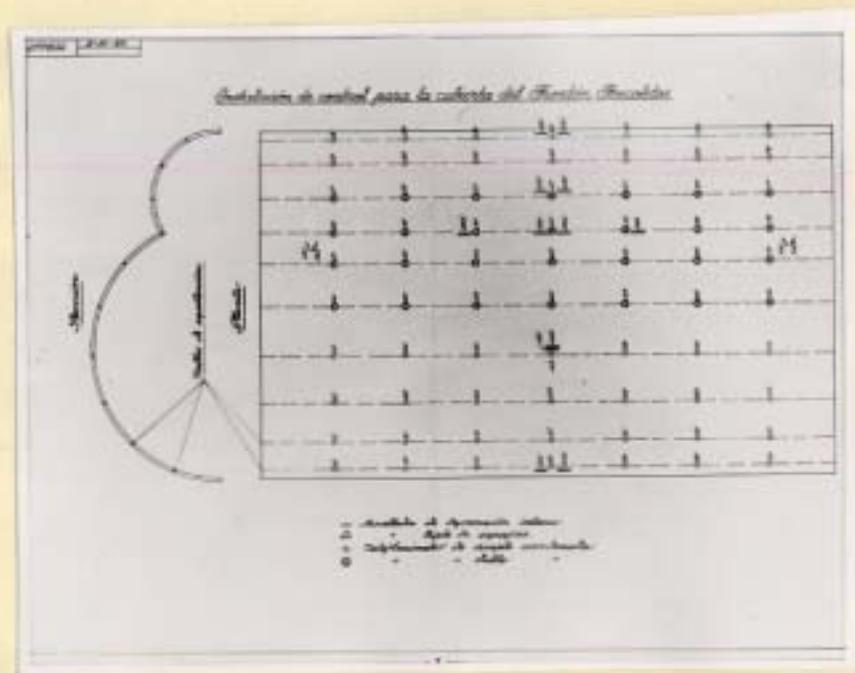


Fig 23 - Disposición de los aparatos de control.

en el lóbulo pequeño se propone el empleo de dos auscultadores triples de superficie, tipo BM 3, que permiten un mejor estudio de los esfuerzos diagonales, ya que dado el poco espesor de la placa no aconsejamos colocar en este sitio los auscultadores internos de triple dirección. De este modo, serán detectados los esfuerzos principales en los puntos donde tienen más importancia de toda la estructura.

Por último, para la determinación de las deformaciones de la estructura durante su periodo de trabajo por tiempo indefinido, proponemos el empleo del teleflexímetro de resistencia eléctrica, con referencia sobre estos mismos cables de equitensión.

Siendo la parte mas delicada de la obra la correspondiente a la gaviota, podrian colocarse estos teleflexímetros de forma que acusen los corrimientos radial y tangencial en esta parte y solamente el corrimiento radial en el resto de la cubierta.

Disponiendolos cables de equitensión en número de diez, según las generatrices, y colocando los teleflexímetros en siete líneas, según siete generatrices equidistantes, resulta un total de 70 teleflexímetros que consideramos ya suficiente para que se acuse con seguridad cualquier deformación local interesante.

Todos estos aparatos irán conectados eléctricamente con un puesto de lectura central, desde el que podrá leerse mediante los aparatos correspondientes tanto los auscultadores de deformación interna como los teleflexímetros, ~~y con arreglo a este material hemos redactado el adjunto presupuesto~~

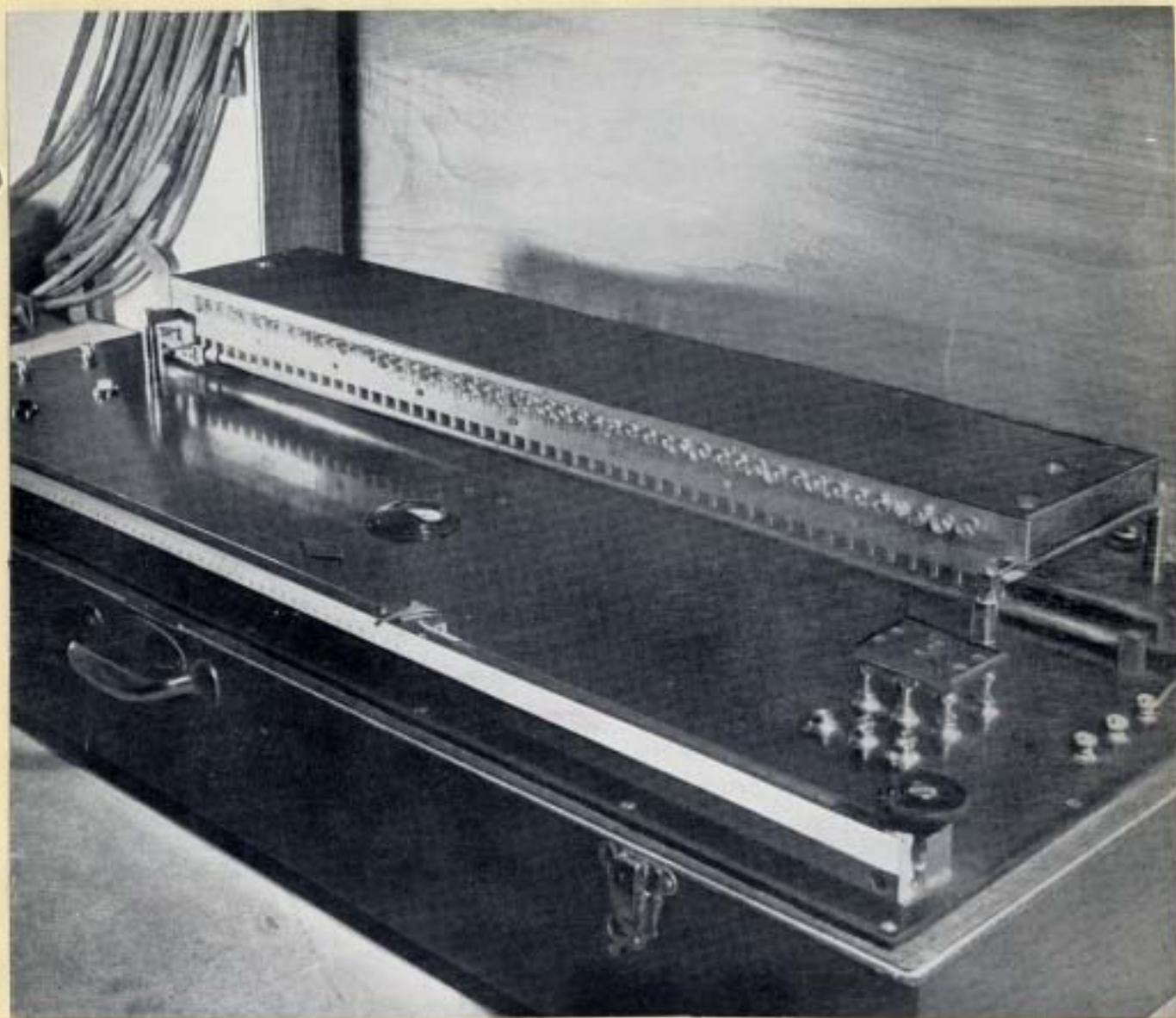


Fig 24 - Vista del teleconmutador en la cabina de control.



Fig 25 - Telermicro-deformetro para lectura
de los ensultadores.

CAPITULO VI

ESTUDIO EXPERIMENTAL EN MODELO REDUCIDO

A propuesta de la Empresa, se estudió, de acuerdo con la Casa "Investigaciones de la Construcción S.A.", la fabricación de un modelo reducido, sobre el cual pudiera no solamente comprobarse la resistencia a la rotura con una carga superior a la del cálculo, sino también la correspondencia de los resultados de éste con la realidad, en la medida de lo posible.

Estudiadas las diferentes posibilidades de materiales y métodos de fabricación, se decidió construir el modelo en mortero o material armado, con arreglo a las condiciones siguientes:

PLIEGO DE CONDICIONES DEL MODELO

Las características físicas del material serán:

Carga de rotura a compresión = De 200 a 250 kilogramos por centímetro cuadrado.

Idem a tracción = 30 - 50 kilogramos por centímetro cuadrado.

Coefficiente de dilatación térmica: entre 1 y 0,5 del de la armadura.

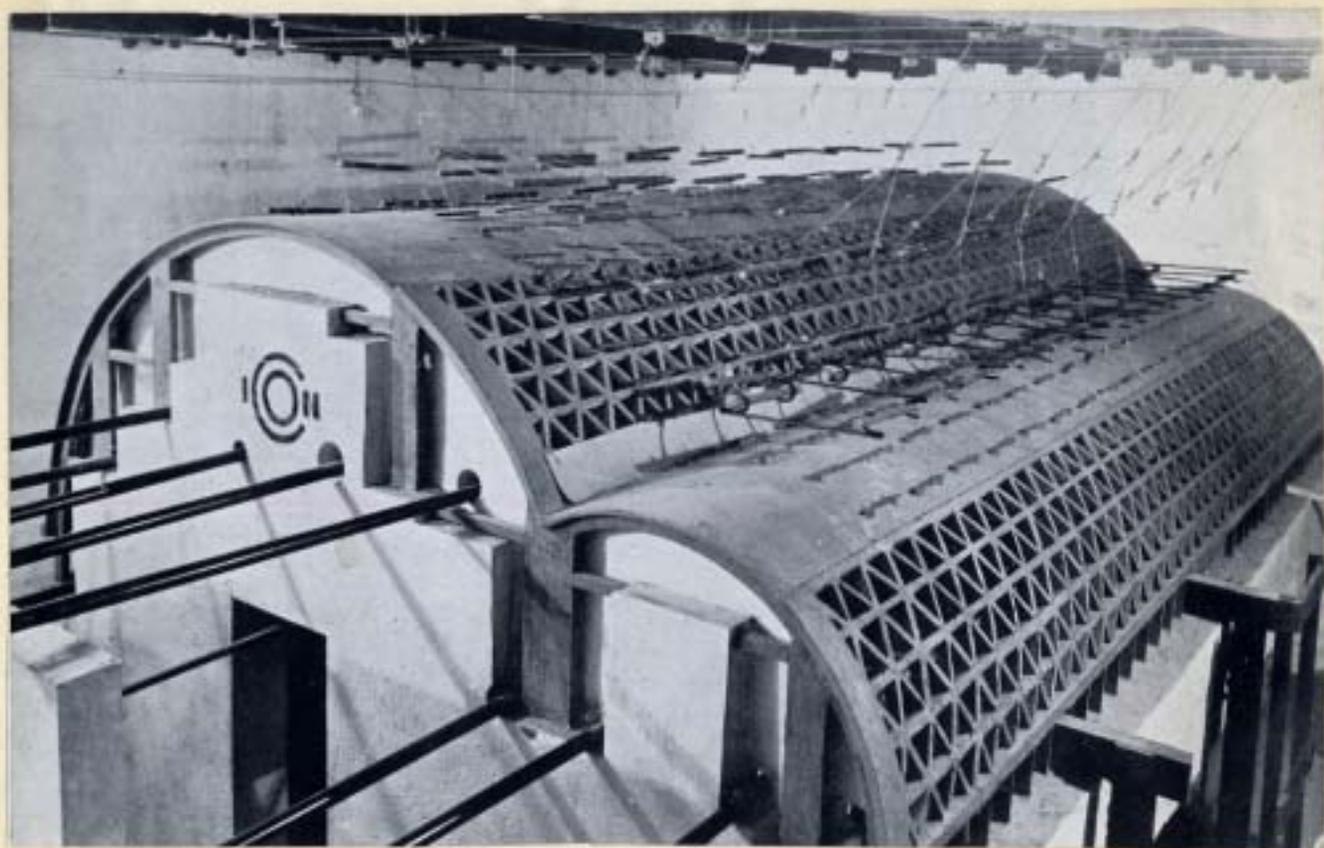


Fig 26 Vista exterior del modelo.

Módulo de Poisson: entre 0,10 y 0,20.

Coefficiente de elasticidad: entre 250 y 350.000 kilogramos por centímetro cuadrado.

Adherencia a las armaduras: normal, sin especificarse límites.

Las armaduras serán de acero dulce con las características siguientes:

Carga de rotura a tracción:	35 - 45 kg/mm ² .
Límite elástico:	20 - 25 kg/mm ² .
Alargamiento:	25 - 30.

Todas las dimensiones lineales del modelo, incluso las armaduras, estarán en la escala 1/10, admitiéndose errores de un 10%.

Las sobrecargas de peso muerto, viento y nieve podrán establecerse conjunta o separadamente.

Todas las operaciones de carga y de observación se harán sin necesidad de entrar debajo del modelo cargado, para evitar toda posibilidad de accidentes.

En caso de rotura, la carga de peso muerto, que es la principal, desaparecerá automáticamente al ^{sobrepasar} ~~aumentar~~ el descenso de un centímetro, para poderse estudiar la iniciación y desarrollo de la rotura deteniendo ésta en los primeros momentos.

El establecimiento de las cargas será suave.

Nota: Todas estas cifras fueron propuestas por la Casa I-CON y aceptadas por la Dirección, entendiéndose que aun cuando hubieran podido aceptarse otras totalmente distintas, siempre que las proporciones relativas y con las cargas fueran las debidas, se consideraban preferibles/ éstas, no solo por facilidad de ejecución, sino principalmente por amoldarse a las de los materiales reales.

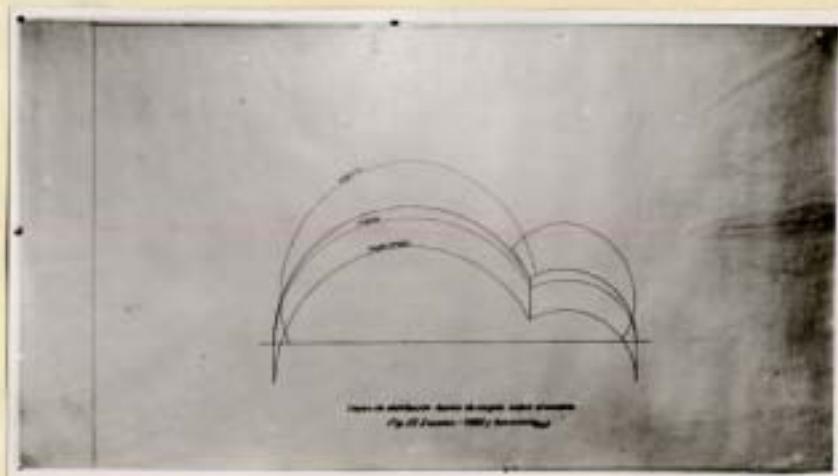


Fig. 27 - Leyes de distribución teórica de las cargas sobre el modelo.

Las cargas repartidas podrán sustituirse por pequeñas cargas concentradas equivalentes, no espaciadas en ningún sentido a mas de 20 centímetros.

La rotura o el fallo de un elemento que provoque la desaparición de cualquiera de estas sobrecargas provocará obligada e instantáneamente la de todas las demás, o por lo menos, las de toda la directriz, para evitar la rotura del modelo por desigualdad de carga no realizable en la obra.

Las sobrecargas se ajustarán a las leyes de repartición sobre la directriz indicada en el croquis ~~w~~ (figura 2⁷), con variaciones menores del 15%, y serán uniformes a lo largo de las generatrices.

Los valores indicados para el peso muerto podrán sobrepasarse en un 50%.

Los valores correspondientes al viento podrán aceptar cualquiera de las leyes dibujadas en el croquis.

El modelo comprenderá no solo la lámina sino las palizadas de sustentación de los piñones y el sistema de bielas y anclajes, montándose todo ello sobre muros o vigas similares al marco de apoyo real.

Los aparatos de observación permitirán determinar transversalmente los corrimientos de la directriz media, con apreciaciones de décima de milímetro, y longitudinalmente el alargamiento de la gaviota con apreciaciones de la milésima de milímetro.

La Casa ICON pondrá el modelo, los aparatos y medios de observación, y un ayudante operador durante quince

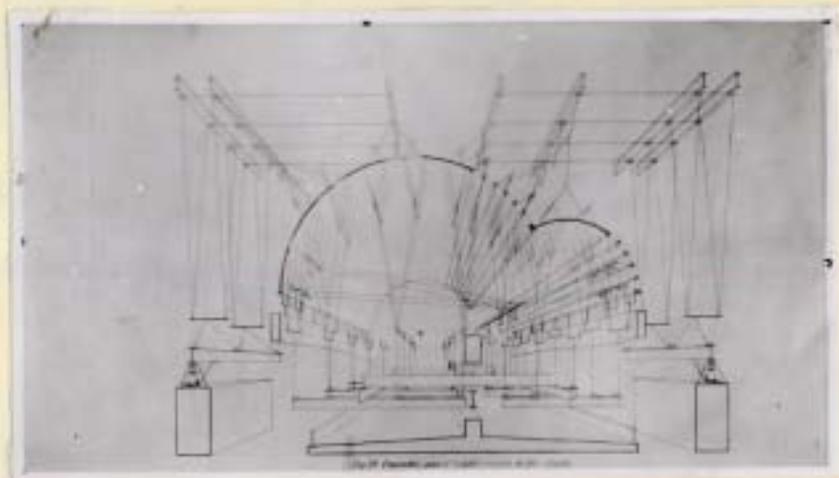


Fig. 28 - Dispositivo para el establecimiento de las cargas.

dias, a disposición de la Dirección Técnica y del personal de observadores que ésta designe.

Todos los planos y detalles del modelo serán aprobados previamente por la Dirección, pero ICON se reserva la composición del mortero y los métodos de ejecución y puesta en obra.

DESCRIPCION DE LA INSTALACION.-

En la figura 27 se ve la disposición propuesta y desarrollada para el establecimiento de las sobrecargas.

La de peso muerto se estableció por medio de una serie de balancines, de tal modo dispuestos que la rotura de un hilo cualquiera llevaba consigo la descarga de todo el sistema, como tuvo ocasión de comprobarse por dos veces durante el desarrollo de las observaciones.

La carga total de peso muerto viene representada por la losa inferior de hormigón armado, que unida a la vigueta del mismo material quedaba suspendida de los balancines al accionarse desde el exterior los gatos hidráulicos.

La descarga se hacía rápidamente con solo accionar la llave de escape de los gatos, pero además, ^{como} en éstos solo se cargaban hasta despegar la losa del suelo, al menor asiento de la cubierta bastaba para descargarla, volviéndose entonces a elevar los gatos para recuperar la carga a voluntad.

Las succiones de viento se establecían ^{en} de una forma análoga, suspendiendo los muertos exteriores por medio de otros dos gatos hidráulicos, y las leyes de distribución de los esfuerzos se podían variar trasladando en los ba-

lancines de estos muertos el punto de suspensión.

Las presiones centrípetas de viento se establecían por medio de pequeños pesos interiores que tensaban los balancines correspondientes a estas cargas en los extremos de los faldones, pesos que por su menor importancia se colocaban a mano antes de establecer en cada ensayo la carga de peso muerto.

Por último, la carga de nieve se establecía directamente, sustituyéndola por arena colocada sobre la lámina.

Para la determinación de las dilataciones de la gaviota, se dispuso longitudinalmente un auscultador micrométrico en comunicación con un Telemicrodeformetro ICON, que permitía apreciar en los 20 centímetros/centrales de la gaviota dilataciones del orden de $0,000,000,2 \times 10^{-7}$ metros; o sea, el quinto de micra.

Habiéndose considerado preferibles para la determinación de las flexiones transversales, particularmente interesantes de comprobar, la determinación de la elástica de la directriz central, se dispusieron ^{ieron} en doce puntos de ésta doce sistemas formados ^{por} ~~de~~ una plomada y una aguja vertical sujetos a la cubierta y cuyos movimientos se observaban sobre un retículo fijo al marco base. De este modo, se conoce por el movimiento de la plomada/ el corrimiento horizontal del punto en cuestión, por el movimiento vertical de la aguja el corrimiento vertical del punto, y por el movimiento horizontal de la aguja con relación a la plomada (dividiéndole por la longitud de la misma)/ el giro de la normal o de la tangente a la directriz.

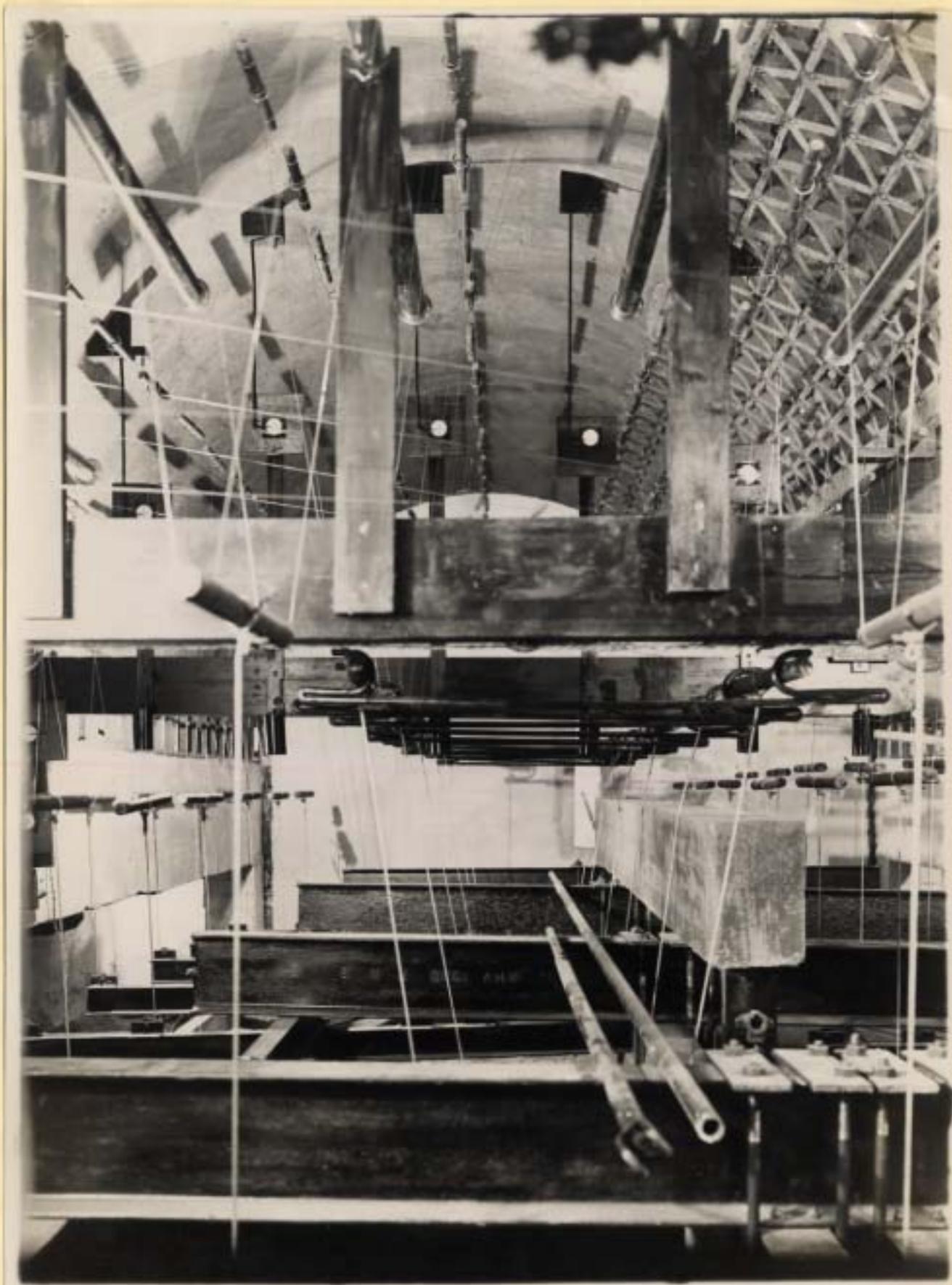


Fig 29. - Vista interior del modelo con las instalaciones de carga y de lectura.

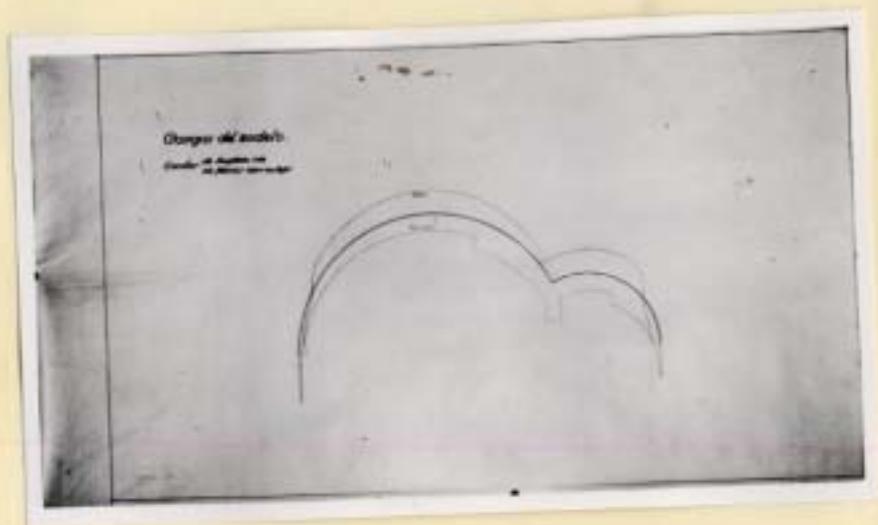


Fig. 30- Distribución ^{real} de las cargas sobre el modelo.

La lectura sobre los retículos desde el exterior se hacía por medio de grandes anteojos, o, mejor dicho, microscopios, ya que el sistema óptico es el de éstos, gracias a los cuales se apreciaban los movimientos en décimas de milímetro; como los corrimientos se salían normalmente del campo de los microscopios, éstos eran móviles y para facilitar las lecturas las divisiones de los retículos llevaban colores diferentes cada dos milímetros, con lo que la localización y lectura era suficientemente rápida.

Construido el modelo todo él a escala, es necesario para obtener las mismas cargas de trabajo en el material, mantener por metro cuadrado de superficie real del modelo los mismos pesos o presiones que por metro cuadrado de obra.

En la figura 30 se indican las cargas reales que resultaban sobre el modelo partiendo de los datos suministrados por las pesadas de los distintos elementos (losa inferior, viguetería, arena, muertos etc.) que constituyan las cargas totales.

DESARROLLO DE LOS ENSAYOS.-

Las pruebas efectuadas sobre probetas de los materiales empleados en la fabricación del modelo dieron los siguientes resultados:

Carga media de rotura a compresión del material	=	213 kg/cm ² .
Idem a tracción	=	37 kg/cm ² .

Coefficiente de elasticidad	=	340.000	kg/cm ² .
Carga de rotura de las armaduras	=	38	kg/mm ² .
Límite elástico	=	22	kg/mm ² .
Alargamiento	=	28	

A continuación se expone un cuadro de detalle de la posición de las agujas y los de las diferentes lecturas efectuadas.

192

Puntos	1	2	3	4	5	5'	6	6'	7	7'	8	8	9	9'	10	11	12
Distancias en centímetros al arranque izquierdo.	0	15	33	72	113	130	150	172									
Idem al arranque derecho.									153	136	116	100	77	56	32	3	0
Longitud de varilla en centímetros.		50	59,7	46,3	53	64,5	55	61,6	54	59	58	47	58	50	51	35	49

Esto debe ir
con los números
horizontales y con
doble la vuelta
para que entre
como el resto

(Las varillas 5' 6' 7' 9' se fueron colocando a medida que el desarrollo de los ensayos aconsejaban su colocación para completar las observaciones).

Las lecturas que se indican en los cuatro cuadros siguientes corresponden a las siguientes cargas y tipos de ensayos.

Ensayos efectuados el 10 de Noviembre de 1.935

- a) Carga de peso propio.
- b) Repetición del anterior.

Ensayos efectuados el día 14 de Noviembre de 1.935

- c) Carga de nieve.
- d) Nieve mas peso propio.
- e) Igual carga que la anterior más sobrecarga, pero como las lecturas se hicieron sin quitar previamente la carga de nieve corresponden en realidad a peso propio más sobrecarga solamente.
- f) Nieve solamente; las lecturas indican por tanto la deformación remanente después de quitar las cargas de peso propio y sobrecarga.
- g) Repetición del caso e.
- h) Repetición del f.
- i) Repetición del e ~~g~~.

Handwritten scribbles on the right margin.

Ensayos efectuados el día 15 de Noviembre de 1.935

- j) Repetición del a efectuado en presencia del Arquitecto Director, del Constructor y de la representación técnica de éste.

Ensayos efectuados el día 21 de Noviembre de 1.935

Para asegurar el trazado de la elástica de la directriz se colocaron las agujas 5', 7' y 9'.

- k) Carga de peso propio y sobrecarga.
- l) Repetición del anterior.
- m) Remanentes después de la descarga.

Ensayos efectuados el día 22 de Noviembre de 1.935

- n) Peso más sobrecarga.
- o) Peso más sobrecarga más las succiones del viento en el lado de la gaviota.
- p) Peso más sobrecarga, más succiones de viento simultáneas en ambos faldones.
- q) Peso más sobrecarga más las succiones completas y simultáneamente los empujes centrípetos de viento sobre los faldones.
- r) Peso más sobrecarga más las compresiones centrípetas sin succiones.
- s) Compresiones centrípetas de viento solamente.
- t) Remanentes después de la descarga completa.

Ensayos efectuados el día 2 de Diciembre de 1.935

- u) Peso más mitad de la sobrecarga a 12^a centígrados.
- v) La misma anterior a 47^a centígrados.

Ensayos efectuados el día 5, de Diciembre de 1.935

Con objeto de acabar de definir la elástica se colocó la aguja 6' y se hicieron los últimos ensayos parciales.

- w) Peso más mitad de la sobrecarga.
- x) Peso más mitad de la sobrecarga.

Los corrimientos se dan en milímetros/ y los giros en miliradianes, positivos hacia abajo y hacia la derecha (en la sección transversal con el lóbulo pequeño a la derecha) y en el sentido dextrogiro.

CORRIMIENTOS VERTI CALES EN MILIMETROS

Agu. ab	Ensayos o estados de cargas																								
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	
1	0,0	0,0	0,0	0,0	+0,6	+0,3	+0,3	+0,3	+0,1	+0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	+0,4	+0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		
2	0,0	+0,5	0,0	0,0	+0,2	0,0	+0,2	0,0	+0,2	+0,3	+0,3	+0,3	0,0	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	+0,3	0,0	0,0	+0,3	+0,5	+0,4	+0,4	
3	0,0	-0,2	-0,7	-0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0	+0,5	0,0	-0,2	0,0	0,0	0,0	+0,3	+1,0	+0,5	+0,3	
4	-0,8	-0,7	-0,2	-2,7	-1,5	0,0	-1,5	-0,3	-1,2		-1,0	-1,0	0,0	+0,8	0,0	-0,4	-0,8	-1,0	-0,3	0,0	-0,2	+0,1	-0,7	-0,6	
5	-0,8	-0,8	+1,2	+0,9	-1,5	0,0	-1,4	-0,5	-1,0	+1,0	-1,2	-1,0	0,0	-1,7	-0,7	-0,7	-0,7	-1,5	-0,5	-0,2	-0,5	-1,0	-0,7	-0,6	
6													+1,0	+1,5	0,0	+1,0	+0,5	+0,5	+0,5	+0,5	0,0	0,0			
6'	+4,2	+3,2	+1,0	+4,0	+4,0	0,0	+5,0	+0,5	+4,0	+4,5	+4,0	+3,8	0,0	+4,3	+3,3	+3,3	+3,3	+4,3	+0,3	+0,3	+3,2	+4,5	+3,2	+2,7	
7	+6,0	+5,2	+0,8	+6,5	+9,5	+0,5	+9,7	+1,2	+9,0	+9,3	+8,2	+7,5	0,0	+9,0	+7,0	+7,5	+7,5	+9,0	+0,7	+0,5	+7,2	+8,4	+6,8	+6,4	
7'													+8,0	+8,0	-0,5	+11,0	+7,5	+7,5	+7,5	+8,5	+0,5	+0,5		+7,0	+6,5
8	+5,5	+5,0	+1,0	+6,0	+8,8	+1,0	+8,3	+2,2	+8,3	+8,5	+8,1	+7,8	-0,1	+8,2	+6,5	+6,6	+6,6	+8,2	+0,3	+0,2	+6,3	+9,6	+6,7	+6,3	
9	+5,0	+4,0	+1,5	+5,5	+7,0	+0,2	+7,0	+1,1	+6,7	+7,0	+6,5	+6,8	0,0	+6,8	+5,8	+5,7	+5,7	+6,7	+0,3	+0,2	+5,5	+8,5	+5,4	+5,0	
9'														+5,5	+4,6	+5,0	+4,5	+5,3	0,0	+0,5			+4,5	+4,3	
10	+3,0	+2,5	+0,3	+2,5	+3,8	+0,3	+3,5	+0,9	+3,6	+3,5	+3,7	+3,6	0,0	+4,0	+3,3	+3,3	+3,1	+3,7	0,0	+0,2	+3,0	+4,6	+3,0	+3,0	
11	+4,0	+4,0	+0,3	+1,2	+1,6	-0,1	+1,7	+0,1	+1,8	+1,9	+1,4	+1,5	0,0	+1,3	+1,2	+1,3	+1,3	+1,3	-0,2	-0,2	+1,2	+1,2	+1,8	+1,6	
12	+1,5	0,0	0,0	+0,2	+0,2	+0,2	0	+0,2	+0,1	+0,3	+0,3	+0,3	0,0	+0,7	+0,7	+0,7	+0,7	+0,7	0,0	+0,2	+0,5	+0,5	+0,5	+0,3	

x x x x x

Agujas	CORRIMIENTOS												HORIZONTALES											
	Ensayos o estados												de carga											
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x
1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	+0,3	0,0	0,0	0,0	+0,4	+0,7	+0,3	0,0	+0,4	+0,4	+0,3	-0,2	+0,4	+0,3	+0,1	+0,2	+0,2	+0,2	+0,1
2	0,0	0,0	0,0	0,0	+0,5	0,0	+0,3	+0,3	+0,2	+0,6	+0,5	+0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,5	0,0	-0,5	-0,5	+0,8	+1,2	0,0	0,0
3	-0,5	-0,4	+0,6	+0,6	0,0	0,0	0,0	-0,3	0,0		-0,3	-0,3	0,0	0,0	0,0	+0,2	+0,4	+0,1	0,0	+0,2	0,0	+0,6	0,0	0,0
4	+0,5	+0,6	+1,0	-2,0	+0,3	0,0	+1,0	-0,7	+1,0		+0,8	+0,6	0,0	+0,5		+0,5	+0,5	+0,7	+0,4	+0,2	+0,2	+0,3	+0,5	+0,5
5	-0,5	+0,3	+0,6	+1,6	+1,7	0,0	+2,3	-0,5	+2,2	+2,2	+1,8	+1,5	0,0	+1,5	+0,6	+1,1	+1,1	+1,5	+0,3	+0,3	+1,0	+0,5	+1,0	+0,8
5'											+3,0	+3,0	0,0	+3,0	+2,0	+2,0	+2,0	+2,5	0,0	0,0				
6	+2,5	+2,5	0,0	+2,3	+3,0	0,0	+4,2	-1,0	+4,0	+2,2	+4,0	+3,5	0,0	+4,0	+0,5	+3,0	+3,0	+4,0	+0,5	+0,3	+2,7	+4,0	+2,7	+2,5
6'																							+4,0	+4,0
7	+6,0	+3,0	0,0		+3,5	+0,5	+4,3	-0,5	+4,4	+4,2	+4,1	+4,0	0,0	+4,1	+3,0	+3,3	+3,3	+4,2	+0,2	+0,2	+3,2	+4,2	+3,0	+3,0
7'											+4,5	+4,0	+1,0	+3,0	+3,0	+3,0	+3,0	+3,0	-0,5	0,0			+2,5	+2,0
8	+5,5	+0,5	+0,5	+1,5	+1,5	+1,0	+1,7	-0,5	+1,8	+1,5	+1,2	+1,2	-0,1	+1,5	+1,3	+1,5	+1,3	+1,5	+0,3	-0,3	+1,5	+1,3	+1,0	+1,0
9	+5,0	0,0	+3,0	+1,0	+1,5	+0,2	+1,7	-0,4	+1,8	+1,8	+1,7	+1,5	0,0	+1,7	+1,4	+1,4	+1,2	+1,7	+0,1	0,0	+1,5	+1,3	+1,5	+1,0
9'														+2,5	+1,5	+1,5	+1,5	+0,3	0,0	0,0			+1,0	+1,0
10	+3,0	0,0	-0,2	0,0	+0,5	+0,3	+0,9	-0,2	+0,7	+0,5	+0,5	0,0	-0,2	+0,2	0,0	0,0	0,0	+0,2	0,0	0,0	+0,8	+0,6	0,0	0,0
11	+4,0	0,0	-0,5	-1,5	+0,2	-0,1	-0,8	-0,3	-0,7	-0,9	-1,0	-0,2	0,0	-0,7	-0,7	-0,9	0,7	0,9	0,0	0,0	-0,4	-1,3	-0,5	-0,8
12	+1,5	0,0	-0,5	-1,0	-1,2	0,0	-1,3	0,0	-1,2	-1,3	-1,4	-1,5	0,0	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	-1,7	0,0	-0,2	-1,0	-1,5	-0,6	-0,7

x x x x x

CORRIMIENTOS HORIZONTALES DE LAS AGUJAS EN m/m - VALORES AUXILIARES PARA LA DETERMINACION DE LOS GIROS

Agujas	Ensayos o estados												de carga											
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x
1	0,0	0,0	-0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	+0,5	+0,3	-0,2	+0,5	0,0	+0,2	+0,5	+0,5	+0,3	+0,3	0,0	-2,0	+0,1	+0,2
2	-0,5	+2,0	-0,5	0,0	+1,2	+0,2	+1,0	+0,2	+1,0	+1,0	+1,0	+1,0	-0,3	+1,0	+1,0	-0,5	-1,0	-0,0	-1,0	+0,3	+1,1	+1,3	+1,0	+1,0
3	-1,0	+0,7	0,0	-0,7	-1,2	+0,2	-1,0	-0,2	-1,0		-0,5	-0,5	0,0	-1,0	-1,0	-0,5	-0,5	-1,0	-1,0	0,0	0,0	+0,2	-1,0	-0,5
4	0,8	+0,2	+2,8	+2,5	-1,0	-0,3	-0,7	-0,5	-0,5		-0,8	-1,0	-0,3	-0,8	-0,8	-0,5	0,0	-0,3	+0,2	+0,3	0,0	0,0	-0,8	-0,2
5	+3,0	+3,0	+1,8	+5,3	+5,5	+0,6	+5,4	+1,0	+5,0	+5,5	+2,5	+1,5	-0,5	+2,0	+2,0	+2,0	+2,0	+2,5	+1,0	0,0	+1,3	+2,0	+1,8	+0,8
5'													+9,0	+9,2	+0,2	+9,0	+6,0	+6,5	+7,0	+9,0	0,0	0,0		
6	+6,5	+1,5	-0,5	+7,0	+14,0	+1,5	+3,5	+2,1	+13,0	+13,0	+12,0	+11,0	0,0	+12,5	+9,0	+9,0	+10,0	+12,0	+2,0	+1,0	+7,2	+14,2	+9,7	+8,7
6'																							+8,0	+7,0
7	+3,0	+3,8	+0,6	+4,0	+5,5	+0,5	+5,5	+0,5	+5,5	+6,0	+6,0	+5,9	0,0	+6,0	+5,0	+6,0	+5,0	+6,0	0,0	0,0	+5,0	+6,0	+5,0	+4,9
7'													+1,0	+0,5	-0,5	+1,0	+1,0	+0,5	+1,0	+1,0	0,0	0,0	0,0	0,0
8	0,0	0,0	+0,5	-0,5	-1,2	0,0	-1,5	-1,2	-0,8	-0,9	-0,7	-1,0	0,0	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-1,0	-0,2	-0,2	0,0	0,0	-1,0	-0,5
9	0,0	-1,0	+0,5	0,0	-1,0	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,5	-0,7	-0,6	-0,3	-0,8	-0,2	-0,3	-0,6	-0,8	-0,6	-0,3	-0,2	-0,2	0,0	0,0
9'														-2,0	-1,5	-1,5	-1,5	-2,0	0,0	0,0			-2,5	-1,5
10	0,0	+1,0	-1,0	-1,5	-3,8	-0,2	-3,8	-0,5	-3,8	-4,0	-3,7	-3,5	0,0	-4,5	-3,5	-3,5	-3,5	-4,1	-0,5	-0,5	-3,0	-5,5	-4,0	-3,0
11	+1,0	+0,5	-1,0	-1,2	-3,1	-0,3	-3,1	-0,6	-3,0	-3,5	-3,0	-1,2	0,0	-3,0	-3,0	-3,0	-2,5	-2,5	0,0	0,0	-1,6	-2,2	-2,8	-2,0
12	-0,5	-0,5	0,0	-1,0	-1,2	-0,5	-0,7	-0,5	-0,9	-0,8	-1,0	-1,0	0,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-0,4	0,0	-1,0	-1,0	-1,5	-0,5

Ver si valen la 3P a y b ~~Fig 31~~
 que tenemos y ver si se suprimen
 la Fig 40.1



Fig 31(a) Diagramas deducidos experimentalmente

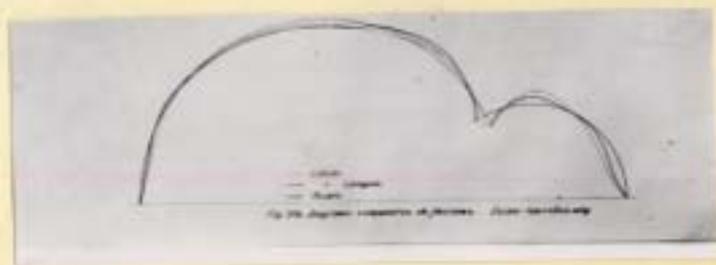


Fig 31(b) Diagrama comparativo de flexiones.

~~Fig. 31 - Diagramas deducidos experimentalmente
 en modelo reducido~~

Fig 32 - Diagrama comparativo de los esfuerzos
 de columna con los del modelo

Con estos datos se han dibujado los ~~fig~~ curvas de la fig 24(a) en la que se ven claramente las deformaciones correspondientes a los principales estados de carga.

Para comparar debidamente estas flechas con las deducidas del cálculo, tomando los valores de los diagramas de $Eg\zeta$ y $Eg\eta$ para por propio solamente, ha de tenerse en cuenta que el cálculo está hecho para un peso de 250 kg/m^2 y el modelo se cargó repetidas veces con la carga correspondiente a peso y sobrecarga que representaba ~~465~~ $\frac{465}{275}$ y 665 kg/m^2 en lámina y lucernarios respectivamente, o sea, una media de 370 kg/m^2 ; Por consiguiente, las flechas de cálculo se han de multiplicar por $\frac{370}{250} = \frac{1,48}{1,45} \approx 1,28$

Haciendo la comparación entre esta curva y la de las flechas deducidas experimentalmente, se observa que éstas son algo menores, en el lóbulo pequeño, con un menor corrimiento horizontal en la pivota, ~~con~~ el correspondiente ^(aumento) de deformaciones y flexiones en la zona del lucernario alto, consecuencia natural del aumento de rigidez de estos elementos.

No había podido contarse con este efecto en el cálculo, por la enorme complicación que hubiera llevado consigo la introducción de dos nuevos bordes (para los efectos del colub) en la unión de los lucernarios con las laminas, y la preocupación consiguiente indujo a ~~acortar~~, o ~~por mejor decir~~, a exagerar en el modelo estas diferencias de peso, como hemos visto, para acortar mejor sus efectos en la distribución de flexiones y sus divergencias con la ley calculada, como efectivamente se logró.

Por todas estas razones consideramos conveniente trazar

el diagrama de flexiones de la misma figura 31(b), obtenidos de los corrimientos angulares por la fórmula [conocida]

$$M = \frac{EI \Delta \alpha}{L \Delta S}$$

$$M = EI \frac{d\theta}{R \text{ dig}}$$

superficientemente aproximada para estos efectos; Para ello tomamos

Para ella los valores: ~~$E = 350.000 \text{ kg/cm}^2$~~

$$E = 350.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$I = 4200 \text{ cm}^4 \text{ en la lamina de 8 cm}^2$$

$$I = 14000 \text{ cm}^4 \text{ en lucernarios y zonas reforzadas de la lamina}$$

teniendo en cuenta con algo de exceso la rigidez correspondiente a la sección completa del lucernario sin prescindir del hormigón tendido.

Comparando esta curva con la de flexiones de cálculo, (fig 31b) se observa efectivamente un aumento de la onda de flexiones a la salida del lucernario alto (en la zona inmediata al cambio de rigidez) tanto en amplitud como en longitud de la onda, y como consecuencia de ello una especie de corrimiento de las ondas siguientes hacia la izquierda.

Ori, basta cortar la curva de flexiones de cálculo en el lucernario y correr toda la ^{parte de} curva a la izquierda del corte unos 15° para que los valores de la curva de cálculo así corregida coincidan casi exactamente con los deducidos de la experimentación en el modelo en toda la lamina del lóbulo grande.

En el lóbulo pequeño las leyes de flexiones coinciden de forma, si bien los valores del modelo son sensiblemente menores que los de cálculo.

Como consecuencia de ello, en la obra se prolongaron las aristas del lucernario haciéndolas entrar en más extensión de lamina -

se reforzó el espesor de ésta en la zona contigua¹⁵⁷ al lucernario para hacer más firme el peso de una sección a otra.

$$E I = 200.000 \times \frac{1}{12} \times 15 \times 30^3 \times \frac{2 \cos 30^\circ}{1,47} =$$
$$= \text{ (kg/cm}^2\text{)}.$$

por tratarse de celosías en triángulo equilátero de 1,41 cm., de lado y 15 x 30 cms., de escuadria.

Las deformaciones longitudinales no pudieron medirse en la gaviota misma porque, dado lo exiguo de los espesores (8 m/m), no se podían introducir auscultadores embebidos, ni emplear tampoco, como ya se ha dicho, en suficiente número extensómetros, dada la premura de tiempo con que fué necesario trabajar y que no permitía fabricar estos aparatos; limitándose a instalar un auscultador de superficie disponible, por la parte superior de la gaviota sobre plots empotrados en la misma en el angosto espacio que dejan las armaduras. Dada la disposición del aparato, los plots sobresalían necesariamente 30 milímetros y, por tanto, la línea sobre la cual se medía la dilatación quedaba a 70 milímetros por encima de la arista de la gaviota, a poca distancia ya de la fibra neutra. Como consecuencia de ello, las deformaciones en esa línea eran muy pequeñas, oscilando todas las lecturas entre 30 y 80 millonésimas; lo que representa cargas siempre en tensión menores de 1,5 kg/cm² en la armadura, sirviendo, por consiguiente, únicamente para comprobar que el eje neutro estaba ligeramente por encima de la línea de auscultación, de acuerdo con el cálculo.

El ensayo térmico, que se hizo elevando la temperatura de la habitación, con fuego, lo más rápidamente posible, una vez puesto en carga el modelo y dejándole en-

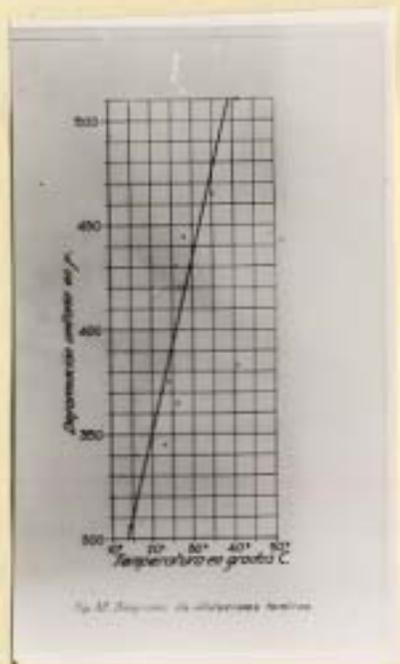


Fig. 32. Diagrama de dilataciones térmicas.

friar después, arrojó los siguientes resultados:

Horas	<u>Tarde</u>										<u>mañana</u>
	6	6,20	6,40	6,50	7,10	8,25	8,45	8,55	9,0	9,10	9,0
Temperatura	16 ^o	23	25	26	24	41	35	30	28	26	14 ^o
Deformaciones.	340	345	360	365	375	510	465	450	445	430	306

Las temperaturas corresponden a la parte alta del interior del modelo, y las deformaciones son las dilataciones longitudinales en el auscultador de la gaviota, leídas en milonésimas.

El valor medio del coeficiente de dilatación, como se ve en la figura 32, es de 8,2 en μ por m. y grado C.

Durante todo este conjunto de ensayos, el modelo resistió perfectamente sin acusar fatiga y con deformaciones sensiblemente elásticas. Desde los primeros ensayos del día 14, se observó una pequeña grieta horizontal en la cabeza del pilar central de la palizada de apoyo opuesta a los microscopios, debida probablemente a algún defecto en la colocación de la armadura; otras en el arriate superior de las cuatro primeras diagonales tendidas del lucernario alto, en el lado de los microscopios, con abertura máxima a toda carga de cinco décimas de milímetro y comportamiento elástico, acusándose muy poco por la cara interior. Por último, una fisura apenas perceptible en el faldón del lóbulo grande, coincidente sensiblemente con el eje por la cara externa.

Ambas aparecieron en zonas de tensión con fuerte ^{de armadura} cuantía, en las que, dadas las condiciones del material, su presencia era obligada teóricamente; y, por otra parte, el no llegar la del faldón a aparecer por la cara interior y el reaccionar elásticamente las de los lucernarios bajo la acción de cargas repetidas superiores a las normales de la obra, no permitía considerarlas como síntoma de defecto de resistencia.

Sin embargo, y como consecuencia de todo ello, se reforzaron las armaduras de estas diagonales en obra sensiblemente al doble de sección de la proyectada, dado que el coste de este refuerzo resultaba insignificante en el conjunto de la obra, se aumentó a tres metros la entrega de estas armaduras con la lámina contigua y se reforzó o prolongó el aumento de espesor en la unión de la lámina con el lucernario, entendiéndose que por lo demás las observaciones efectuadas ratificaban las disposiciones y secciones adoptadas en el proyecto.

EJECUCION Y COMPORTAMIENTO DE LA OBRACimbra, armaduras y hormigonado.-

Simultaneado con la ejecución de las estructuras de los graderíos y palcos colgados, se fueron armando los castilletes de la cimbra con arreglo al alzado de la fig. 33.

Los piés derechos apoyaban sobre los ^{pisos} ~~pisos~~ de la estructura de cancha y se levantaban debidamente arriostrados hasta 2,0 m., por encima del plano de arranques, a cuya altura se establecieron ^{se} las cajas de arena en número de nueve por fila y veintiseis ^{fibras} ~~fibras~~.

Las cerchas o ^m ~~cañones~~ ^{de apoyo de} ~~sobre los que se apoya~~ la tabla del encofrado se serraron en taller, previo trazado en montes, y su perfil variaba por tramos de 5 m. a lo largo de la generatriz para irse emoldando a la ley de variación parabólica de las flechas a lo largo de aquella; las pequeñas diferencias o errores resultantes se corrigieron con cuñas al hacer la nivelación final del encofrado antes del hormigonado.

Las cajas de arena hubieran podido reducirse tanto en tamaño como en número, por tratarse precisamente de una cubierta muy ligera, resultando cargas sobre la arena de 3 kg/cm² solamente. Las cajas eran de madera con ^{alambres} ~~cañones~~ de hierro y el ámbolo de descenso, de 30 cms., de diámetro, tenía un recorrido máximo o altura de arena de 20 cm.,

^{La} ~~La~~ arena se colocó cuidadosamente apisonada y además se asentaron con pisón pesado los puntales sobre las cajas, y se clavarón ^{se} ~~se~~ tacos de tope para evitar todo descenso durante el hormigonado, quitándose estos tacos al ir a comenzar la o-

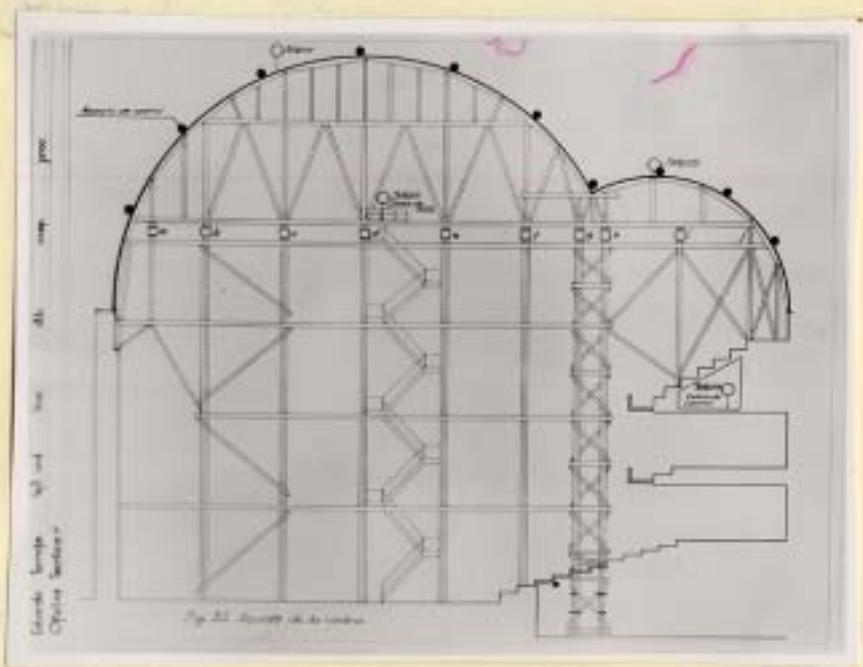


Fig 33. - Alzado de la cimera



Fig 34- Vista de la cimbra en construcción.



Fig 25 Vista de la enlra a la altura
de los cajas de arena -

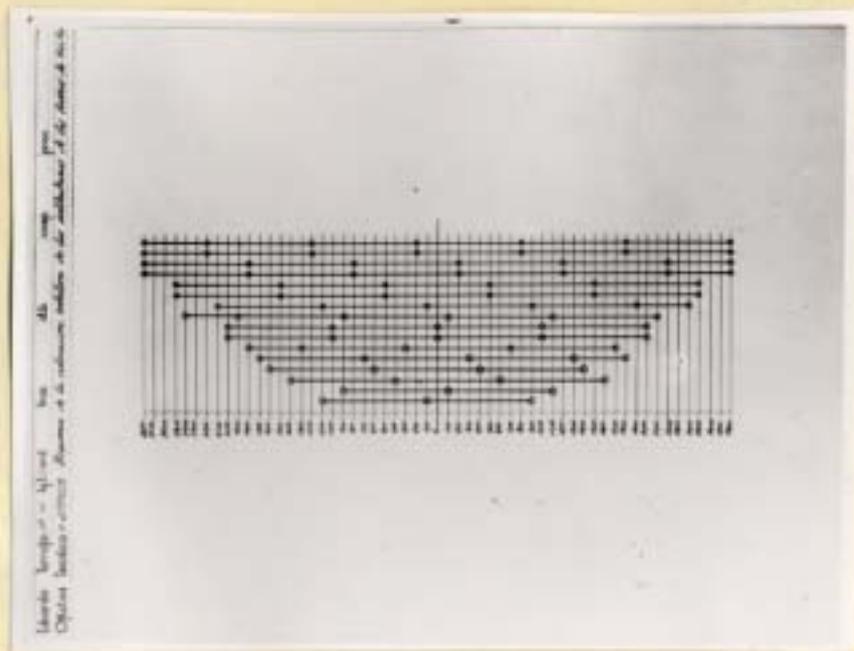


Fig 26 Distribucion de empalmes en el cordón de la gavista.

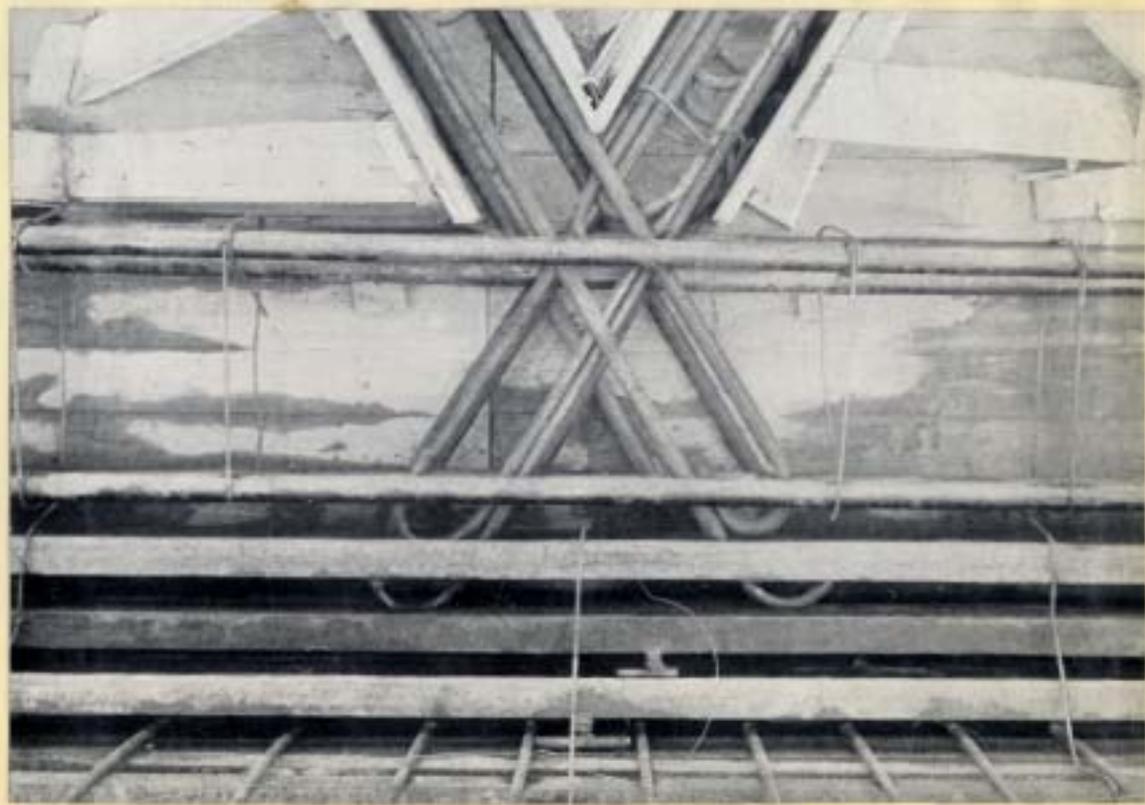


Fig 27 Vista del cordón de la gavista

peración de descimbramiento.

Las armaduras se colocaron en la forma usual atando unas a otras con alambre sin dificultades especiales; las armaduras delgadas se colocaron enterizas y las de gran diámetro se empalmaron con ganchos solapados contrapeando debidamente los empalmes.

No era posible utilizar este sistema de empalme para el cordón de gaviota, cuya armadura está formada por un paquete de 16 cuadrados de 50 m/m., ^{alojados} ~~ajados~~ en muy reducido espacio. En la figura 36, se ve la distribución de los empalmes y cortes de barras.

Estos empalmes se hicieron con soldadura eléctrica por la Casa Esab Ibérica S.A., haciendo la soldadura en V previo corte en bisel de las barras. (Fig 37)

Se comenzó el trabajo empleando electrodo O K 47 con una carga de rotura de 48-51 kg/mm² y un alargamiento de 28% ~~A~~, pero la necesidad de aumentar la marcha de los trabajos, que venia limitada por esta operación, y la falta de suficiente número de operarios de toda confianza obligó a sustituir este tipo de electrodo por el O K 45 con carga de rotura y alargamiento de 47-50 kg/mm² 12% respectivamente.

Se fué particularmente exigente en la elección de los soldadores, obteniéndose en las diferentes pruebas roturas de las barras por fuera de las soldaduras viéndose con ello que no debía haber preocupación en la cuestión de resistencia, y en cuanto a la disminución del alargamiento con el cambio de electrodo, el hecho de no haber cargas alternativas ni flexiones o esfuerzos normales en las barras des-



Fig 38 - Vista parcial durante la colocación de armaduras.

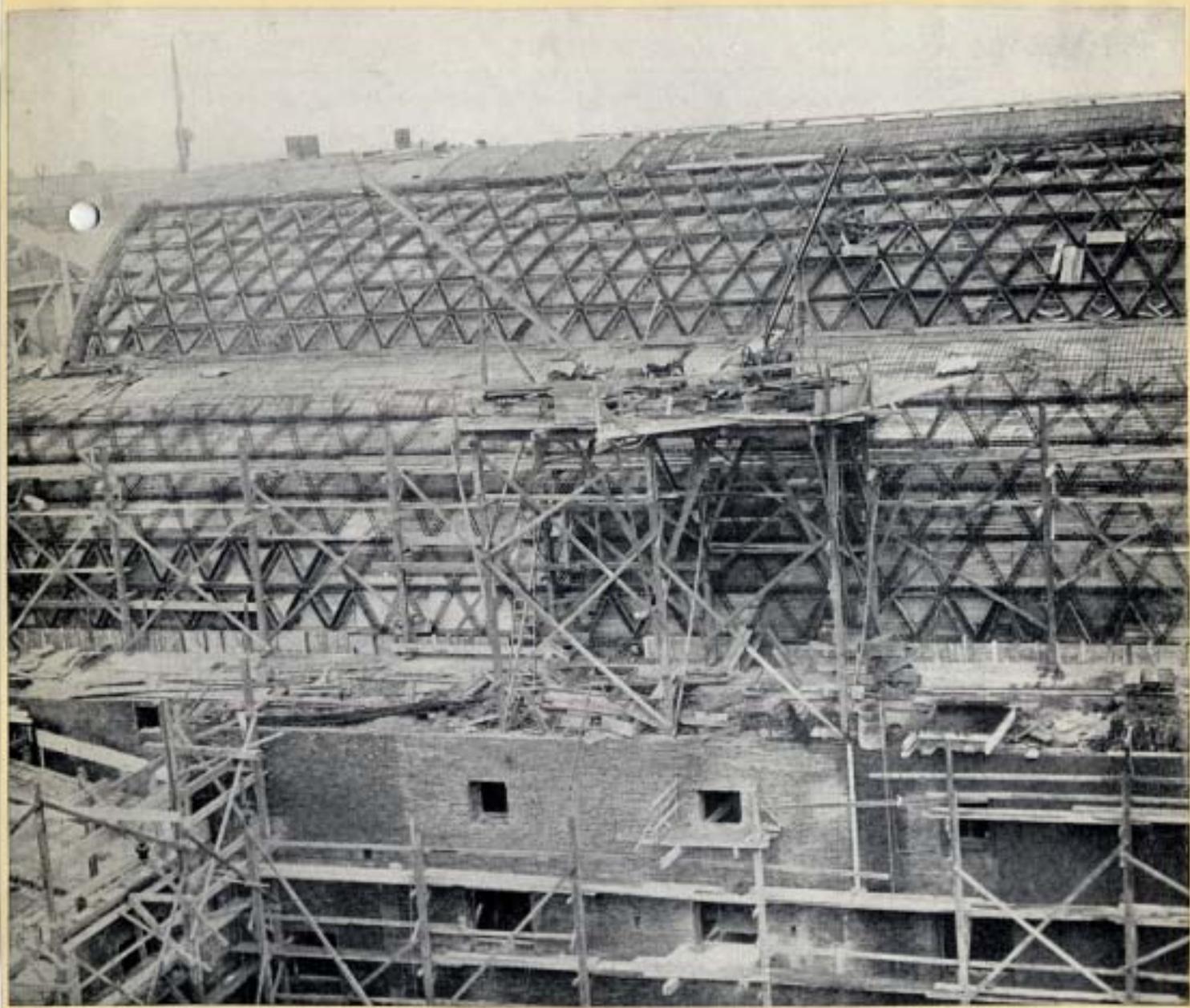


Fig - 3^a Vista general an

pués de soldadas, indujo a aceptarlo también sin inconveniente.

El hormigón como se ha dicho fué de cemento fundido con una dosificación media de 300 Kg de cemento por metro cúbico. El garbanillo de San Fernando y la arena de Manzanares se probaron ~~se probaron~~ ^{se probaron} experimentalmente para obtener la máxima compactación.

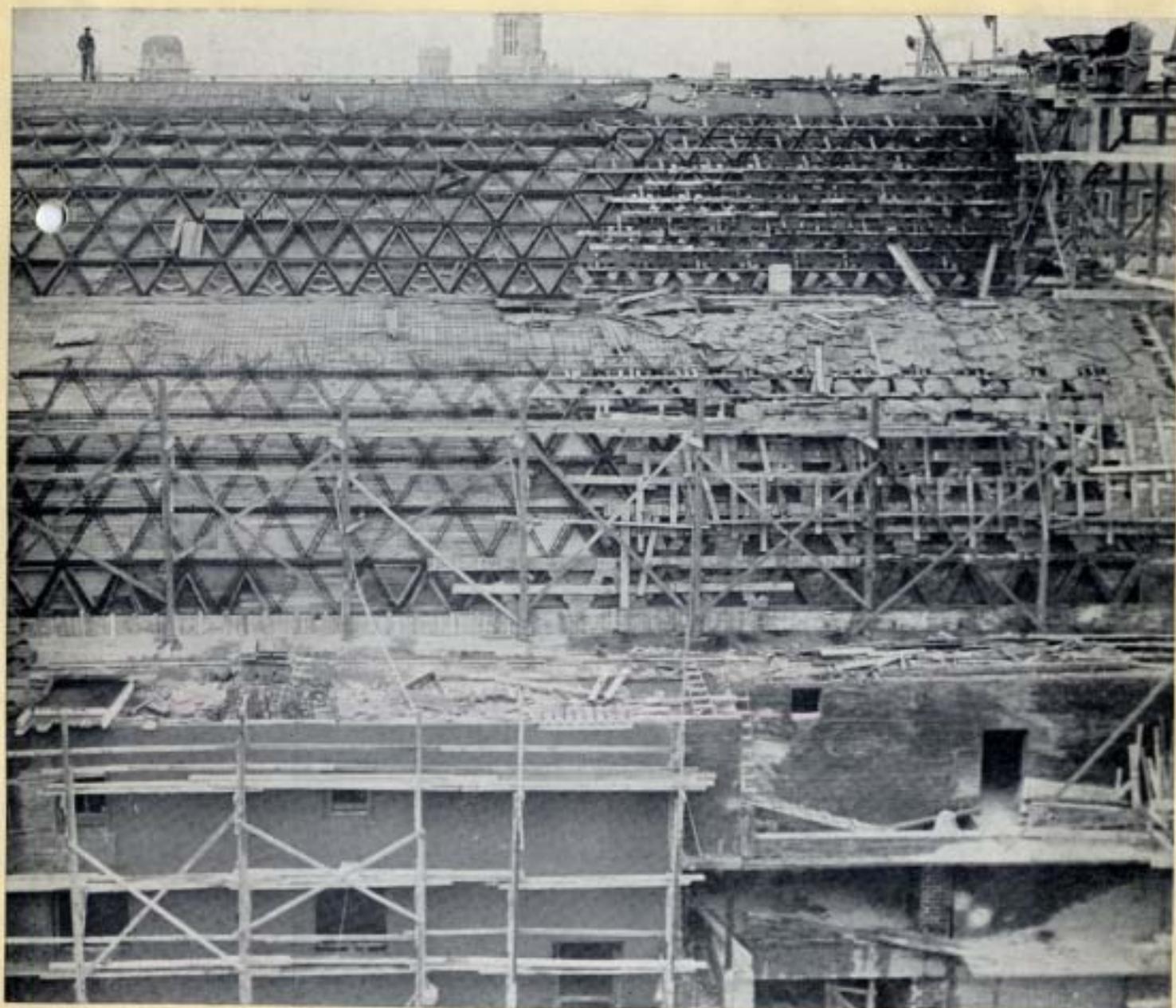
- Dosificación
- { Garbanillo de San Fernando:
 - { Arena del Manzanares:
 - { Cemento Electroland: 300 kg.
 - { Agua:

Carga de ruptura en probeta de _____ = _____ kg/cm².
a los _____ días.

El agua para obtener una consistencia plástica favorable al episonado. La elevación de temperatura por fraguado, aunque bien apreciable, fué pequeña por lo reducido de los espesores, y sin importancia en la época fría en que se hizo el hormigonado.

^{Este} El hormigonado se hizo en seis días, siguiendo para las juntas las líneas indicadas ^(por puntos) en la figura 18^a, trazadas a la viata del plano de isostáticas con objeto de dejarlas lo posible normales a los esfuerzos principales de compresión, disminuir la longitud de juntas en zonas tendidas, y permitir la libre contracción de fraguado y enfriamiento de cada zona de hormigonado, cifiendo a límites prudenciales sus dimensiones para evitar agrietamientos por contracción dentro de cada zona; además aquellas juntas en que podía temerse alguna abertura de fraguado por unir dos zonas de hormigonado de gran longitud, o fondo normal a la junta, se dejó ésta con una anchura de unos 20 cms., los cuales se hormigonaron después de terminada la contracción de las zonas contiguas.

Gracias a estas precauciones no se observó fisuración



período de formigão

en ninguna junta ni antes ni después del descimbramiento.

Maniobra de descimbramiento.-

Para el descimbramiento se montó una plataforma o puente de mando a la cota 5 sobre arranques, Fig. ³³~~34~~, que quedaba a 18,50 m., del piso de la sala y a 7,00 m., por debajo de la clave de la cubierta, para desde allí poder dirigir la operación.

Este puente de mando comunicaba telefónicamente con la cabina de auscultación situada en la entreplanta que forma el graderío alto y con otros dos teléfonos colocados sobre las claves de cada uno de los lóbulos.

En la cabina de auscultación un operador tomaba las lecturas de la instalación de control, y las observaciones que le comunicaban los dos observadores situados sobre la cubierta, y con todas ellas un delineante apuntaba las cargas de trabajo y dibujaba las curvas de descenso o elásticas de siete directrices igualmente espaciadas a lo largo de toda la cubierta, Fig. ~~30~~, de tal modo que en el puente de mando se conocían periódicamente todos estos datos y se podían ordenar con toda seguridad las maniobras de descenso, que iban a su vez dirigidas por tres ayudantes en comunicación directa con el puente de mando a través de las pasarelas que unían las cajas de arena.

El gran número de estas cajas hacía que estas operaciones fueran lentas, a pesar de disponer cien peones, con lo que cada uno no tenía que manejar mas que dos cajas. Cada peón disponía de bolsas de litro y medio de capacidad, en las que iba recogiendo ^{la} arena que sacaba de la caja cada vez que

recibía la orden correspondiente, y una vez comprobado por el jefe de equipo que todas las bolsas estaban llenas, se separaban todas las cajas golpeándolas con maza para ayudarlas a descender, pues la escasa carga de trabajo que soportaban y el estar los puntales unidos por los arriostreimientos dificultaban mucho y retrasaban el descenso.

La operación se hizo en jornada y media de trabajo, y en el cuadro siguiente detallamos las cantidades de arena en litros sacadas de las diferentes filas de cajas indicadas en la figura ~~30~~ hasta cada una de las horas señaladas.

33

Filas de cajas	Horas													
	10	11	12	14	14'2	15	15,5	16	16,5	17	9	9,5	11	
a	1	2	3			6								
b	1	2	3			6								
c	1	2	3			6								
d	1	2	3			6								
e				1	2		5		6,5	8				
f				1	2			3,5	5	6,5	8	10		
g				1	2			3,5	5	6,5	8	10		
h				1	2			3,5	5	6,5	8	10		
i				1	2			3,5	5	6,5	8	10		
j	Total													

Como se ve por este cuadro, se adelantó primeramente el descenso de los faldones del lóbulo grande con relación al de la gaviota, y ello, más que por razones mecánicas, por no tener que atender simultáneamente a la operación de tantas cajas de

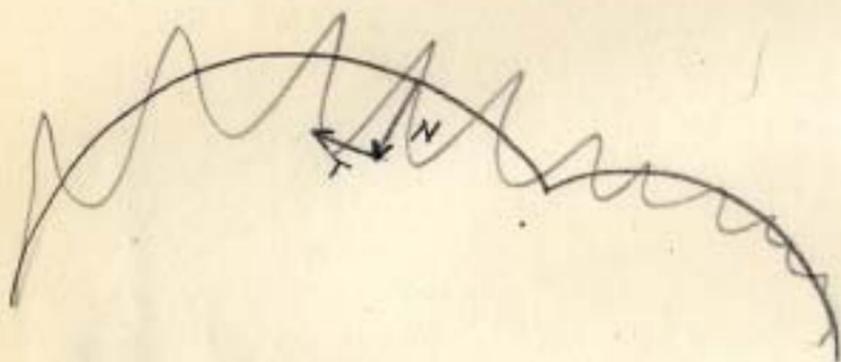
arena, y poder así entender mejor el detalle de cada operación.

Deformaciones observadas.-

Las flechas o corrimientos radiales y tangenciales registrados por la instalación, tanto durante el descimbriamiento como durante el periodo de carga, son los siguientes, correspondiendo la numeración de los puntos a la señalada en la Fig. 40.

Deformación tangencial, T
Deformación normal, N

Sentido positivo de las
deformaciones



Puntos	Dia 18								Dia 19															
	Hora 5,30 t.		Hora 8,30	Hora 9,30		Hora 10,05		Hora 10,40	Hora 11,15		Hora 12		Hora 12,30		3,05 tarde	Hora 8,00		Hora 12,00						
43			19	9	15	7	24	4	23	3	18	6	17	-16	13	-17	34	-21						
44			3	67	-1	75	1	80	5	85	2	95	-4	104	+4	105	-5	108						
15		0	19	-8	28										0	45	-15	43						
25		-1	41	-20	41										-25	74	-30	80						
35		-15	51	-20	53										-15	97	-35	104						
45		-26	63	-34	65	-30	72	-32	82	-39	87	-36	96	-36	104	-33	109	-41	117	-29	119			
55		-18	45	-20	42										-16	84	-27	93						
65		-10	25	-18											-15	58	-22	61						
75		-3	3	-10	5										-10	18	-10	18						
Hora 3,35 tarde																								
16	10	17	26	34											38	46	37	49						
26	20	23	48	52											61	75	67	78						
36	27	27	60	64											78	91	84	97						
46	25	29	58	68	62	71	65	77	72	84	73	88	73	91	76	95	77	97	84	102	87	108	90	111
56	28	25	56	56											62	90	62	86						
66	21	21	43	43											57	58	59	61						
76	12	11	23	24											23	32	28	33						
17	8	19	18	41											19	55	22	59						
27	9	28	24	66											29	91	32	97						
37	12	33	38	79											35	109	37	117						
47	12	28	31	81	29	86	34	92	36	104	40	106	37	108	38	110	35	109	37	117	45	127	45	135
57	13	31	28	73											38	111	41	119						
67	12	24	18	53											35	98	39	104						
77	6	13	7	28											27	71	27	75						
3,50 tarde																								
18	-1	10	1	21											2	26	-3	27						
28	5	15	9	32											6	40	5	41						
38	4	18	6	40											5	46	3	48						
48	3	21	4	36	5		4	45	4	50	3		3	41	6	47	5	47	10	49	3	53	2	55
58	4	13	3	36											5	47	10	49						
68	-3	12	2	22											9	41	7	44						
78	0	6	2	14											1	29	2	31						
															5	14	5	16						

Final

Durante la descarga de las 3 primeras cajas de arena.	Durante el vaciado de las demás cajas de arena.	Descimbramiento total	Con sobrecarga
---	---	-----------------------	----------------

Se ha suprimido la hoja 186¹⁸⁷

No pudieron hacerse las lecturas de la generatriz 5ª previas a la operación de descimbramiento por no estar colocado el hilo hasta las tres de la tarde del día 18, por lo que se supuso en esa hora un descenso anterior igual a la media de los de las generatrices contiguas.

Por lo demás, y a parte del punto 20, cuyas lecturas no pudieron hacerse, todas las lecturas se hicieron sin dificultad, limitándose en muchos casos a las de la directriz central, para mayor seguridad en las lecturas dada la rapidez con que habían de hacerse para seguir la marcha del descimbramiento.

Las lecturas de las generatrices 1, 2 y 3 el día 19 venían algo influenciadas por el viento, sobre todo las horizontales, pero a pesar de ello se hacían sin gran inconveniente.

Las lecturas en los auscultadores se detallan a continuación:

Posición	Nº de posición	Nº del auscultador.	Lecturas diferenciales en micras.						Cargas teóricas en kg/cm ² .
			Preliminar	Descimbrado	Sobrecarga	Final	Final	Final	
Borde lóbulo menor	491 492	95 96						975 ? 260-	(5,6) 4,60 - 5,80 3,80+1,20=5,00
Borde lóbulo mayor	401 402	83 84						70- 430-	(2,8) 6,2 - 7,6 6,9+2,6 = 8,5
Centro de la gaviota	461 462	88 89						510	(8) 5 - 6,2
Laterales de la gaviota	360 560	90 87						310	5,4+1,4 = 6,8 (7,5) 4,7 - 5,8
Clave lóbulo menor	471 472	82 94						400	5+1,4 = 6,4
Clave lóbulo mayor	431 432	183 184						105 85	(51) 34 - 44 33+9,6 = 43
Diagonales tendidas	751 152	91 86						55 140	(35) 17,5 - 23,2 26+8 = 34
Diagonales comprimidas	752 151	81 85						260	(4,2) 5,6 - 6,4 3,1+0,7 = 3,8
								105 85	(25) 21 - 24 18 + 4 = 22

En el cuadro ~~anterior~~ anterior puede apreciarse la correspondencia de las cargas medidas experimentalmente con las cargas teóricas y del mismo modo se ve en la fig. 40 la que existe entre las flechas teóricas, las del modelo y las ^{del} redes bajo la acción del peso.

La observación muy minuciosa de la obra durante toda la operación de descimbramiento acusó los siguientes fenómenos:

Se abrió como era de esperar la articulación de la gaviota sobre los pilares correspondientes por la cara exterior de estos, con aberturas de 1,5 a 2 milímetros. No abrieron los demás pilares.

Se observaron lo mismo que en el modelo, pero con menor intensidad, fisuras de ^{unos} ~~mas de~~ cinco décimas de abertura en el arranque superior de las barras tendidas del lucernario alto y zona contigua de la directriz extrema o marco de rigidez. Estas fisuras aparecían solamente por la cara superior, viéndose claramente su rápido amortiguamiento al alejarse de ésta.

Fisuras análogas aparecían en la lámina del lóbulo menor, simétricas con aquellas, es decir, a unos tres metros de la gaviota, hacia los extremos de ésta, con inclinación de 45° con relación a ella y solamente por la cara superior.

Todo ello y particularmente esto último indica que no se trata simplemente de un alargamiento de la armadura a esfuerzo cortante sino de una combinación de estos esfuerzos cortantes con los fenómenos de torsión. Efectivamente, basta observar las curvas de deformación de las directrices para comprender ^{que} el ~~p~~aso de éstas a la directriz rígida del extremo se hace necesariamente con fuertes torsiones en la zona

195

de la gaviota, torsiones que aunque no sean necesarias para establecer el equilibrio tal como se ha estudiado, suman sus deformaciones a las deducidas de este estudio, y como las orientaciones de los máximos alargamientos debidos a la torsión y al esfuerzo cortante son coincidentes en la cara superior y normales en la inferior queda justificado el que se produzca fisuración en aquélla y nó en ésta; mientras que si se tratara de esfuerzos cortantes solamente, había de producirse la grieta en todo el espesor, y si se tratara de torsiones puras, deberían aparecer en las dos caras grietas en direcciones normales entre sí.

Tiene esto importancia porque indica que la ^{gran} diferencia de ~~gran~~ flexibilidad a que se ha llegado en esta lámina entre la gaviota y el resto de los lóbulos no podrá sobrepasarse mucho en nuevas obras sin tener en cuenta estos fenómenos de torsión.

Por último, apareció también una fisura longitudinal en la mitad central de la generatriz de clave del lóbulo gran de; en realidad no coincidente exactamente con la clave, sino corrida unos 5^o hacia el lado contrario de la gaviota, y aparente solamente por la cara superior. Evidentemente es consecuencia de la concentración de flexiones producida en esta zona, como ya se observó en el modelo, por exceso de peso y de rigidez del lucernario; hay que hacer notar que el aumento de rigidez se extendía no solamente al lucernario sino a la parte contigua de la lámina, por haber prolongado en esta parte el refuerzo de las armaduras de las diagonales tendidas como consecuencia de las observaciones hechas en el modelo, y el exceso de peso del lucernario se aumentó mucho mas du-

rente la última parte del descimbramiento al quedar colgada la cimbra de esta parte por agarrarse el encofrado al lucernario y a la parte de lámina inmediata a la gaviota por efecto de su mayor concavidad.

Correlación entre los corrimientos reales y los teóricos.-

Se explica con esto la divergencia que en la parte esta del lucernario y zona contigua hasta la clave, se observa entre la obra y el modelo.

Efectivamente esta divergencia desaparece si a los corrimientos deducidos se les añade las



Las lecturas del periodo siguiente - - -

~~~~~

Las lecturas del periodo siguiente al descimbramiento en el Telecorrímetro no pudieron hacerse porque las incidencias naturales de la obra y sobre todo de una obra llevada a la forzada velocidad de ésta, rompieron diferentes veces los hilos y conductores de la instalación y obligaron a retirarlos hasta la colocación del corcho y la uralita; y aun después de esto el arranque de varias chapas de uralita por un ciclón, con la rotura y desplazamiento consiguientes de algunos elementos, y finalmente el arranque de toda la instalación de la cabina de auscultación en los primeros momentos de confusión de la guerra, por haber sido denunciada como una estación transmisora de radio clandestina, han venido a cortar con triste epílogo el esfuerzo que la técnica había puesto en esta obra.

*Plamente ha perdido - - - -*

Solamente ha podido observarse una tendencia a aumentar la curvatura de clave con descenso de la geviota, coincidente con las elevaciones de temperatura, pero no ha podido hacerse, como decimos, observaciones correlativas con garantías de seguridad sobre la cubierta por las dificultades de la guerra, la cual por otra parte ha sometido la obra a una nueva prueba con los bombardeos próximos, que han tenido que producir necesariamente fuertes sacudidas y oscilaciones sobre todo el edificio.

Correlacion entre los resultados teóricos y los reales.

En el cuadro siguiente puede apreciarse la correspondencia entre las cargas de trabajo medidas en la obra con los calculadores "Teoni" y las cargas deducidas por el calculo.

Las cifras <sup>medias</sup> que se indican como cargas reales, se han deducido suponiendo entre las lecturas iniciales, ~~para~~ (alas pocas horas de hornigonar), y las de desvincamiento una contraccion de fraguado de doscientos micras, y multiplicando luego las diferencias de lecturas por un coeficiente de elasticidad de 200.000 kg/cm<sup>2</sup> en las de compresion, y de 2.100.000 kg/cm<sup>2</sup> en las de tension.

De este modo y considerando solamente las medias de las lecturas correspondientes a ~~cada~~ <sup>cada</sup> pareja de aparatos se reducen las divergencias, acunandose cargas comprendidas entre un 15 y una 25% menores que las correspondientes de calculo en cada punto, excepto en las diagonales tendidas donde la carga real es menor. Es probable que el valor E = 200.000 para el hormigon se debería reducirse a 250.000, para

entonces los valores resultantes serian todavia menores.

| Posicion                | Numeros de los calculadores | Cargas reales  |            | Carga teorica total |
|-------------------------|-----------------------------|----------------|------------|---------------------|
|                         |                             | Desvincamiento | Compresion |                     |
| Borde del lobulo menor  | 96                          | 3,8            | 1,5        | 5,1                 |
| Borde del lobulo mayor  | 84                          | 7,0            | 1,0        | 8,0                 |
| Centro de la gaviota    | 88                          | 6,0            | 1,5        | 7,5                 |
| Laterales de la gaviota | 90-87                       | 4,5-5,0        | 1,5-0,5    | 5,7                 |
| Clave del lobulo menor  | 82-94                       | 42-6           | 12-15      | 37,5                |
| Clave del lobulo mayor  | 183-184                     | 21-22          | 9-14       | 33                  |
| Diagonales tendidas     | 91                          | 1,2            | 1,0        | 2,2                 |
| Diagonales comprimidas  | 81-85                       | 7-15           | 6-15       | 14,7                |

Faltan las lecturas correspondientes a los <sup>cruceros</sup> ~~cruceros~~ auscultadores que, unos por rotura de cable durante el homojonado y otros por avería del aparato, no dieron lectura.

Para hacer la comparación de las cargas de flexión, no podemos deducir éstas de los corrimientos angulares, como se hizo en el modelo, por no disponer de clinómetros para estas observaciones, y limitarnos por consiguiente la comparación al estudio de los corrimientos lineales de la directriz media.

Para ello se han dibujado en la fig 40 los corrimientos reales observados durante la sobrecarga de prueba y los observados en el modelo, juntamente con la curva de corrimientos teórico deduciendo éstos de los diagramas de Eq 5 y Eq 7 correspondientes a peso propio solamente, y multiplicándolos por 1,5 para tener en cuenta el efecto de la sobrecarga, y tomando para E el valor 250000 kg/cm<sup>2</sup>. ~~ya que se carecía de datos experimentales sobre este valor.~~

La simple vista de la figura basta para acusar la perfecta correspondencia entre los valores acusados por el modelo y los correspondientes a la obra, y la proximidad de todos ellos a la curva de cálculo, de lo que se reparan solamente para marcar una pequeña disminución de las flechas en el lóbulo pequeño con el correlativo aumento en las del lóbulo grande a la salida del lucernario alto, provocado por la tantas veces indicada diferencia de rigideces de pesos de estas zonas con el resto de la lámina.

CAPITULO VIII

CAUSAS Y PROCESOS DEL HUNDIMIENTO

Durante la guerra y particularmente en la Primavera de 1937, el edificio soportó varios impactos, dos de los cuales produjeron importantes aberturas en la bóveda con <sup>grandes</sup> desplazamientos permanentes ~~grandes~~ <sup>amplios</sup>.

Para seguir el orden cronológico con que venimos desarrollando esta memoria, incluimos a continuación el Informe del Autor, presentado como resultado de una primera visita ~~ocular~~ hecha a la obra después de la Liberación.

Informe

Justificación del tipo de reparación previsto

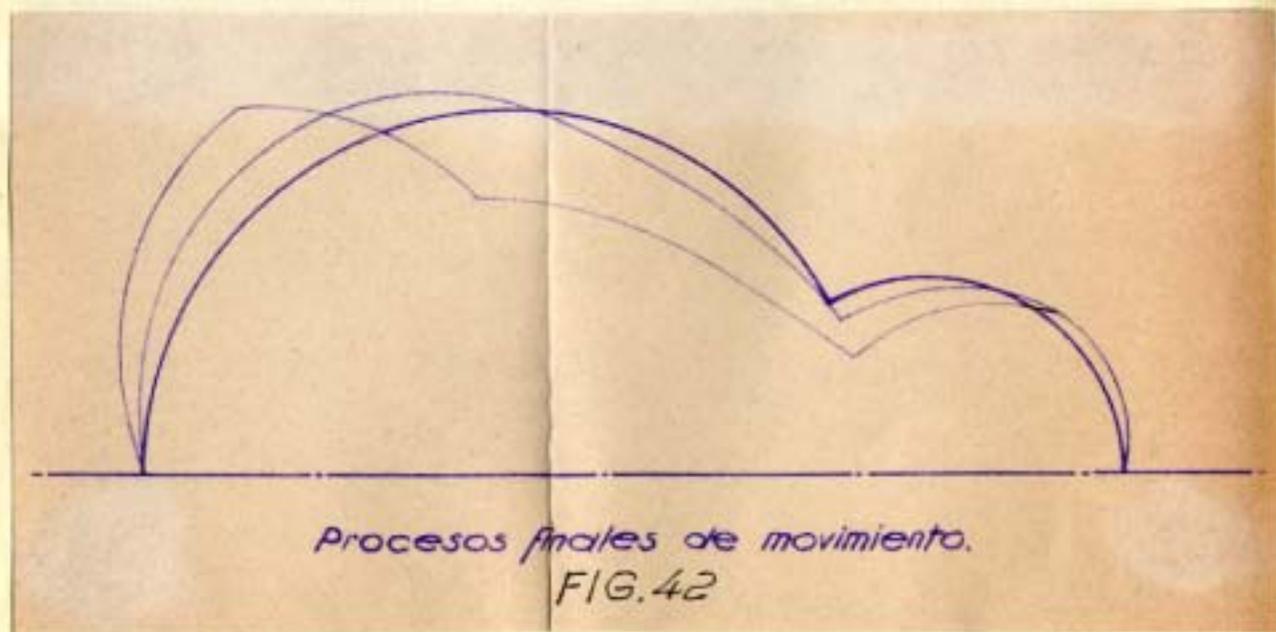
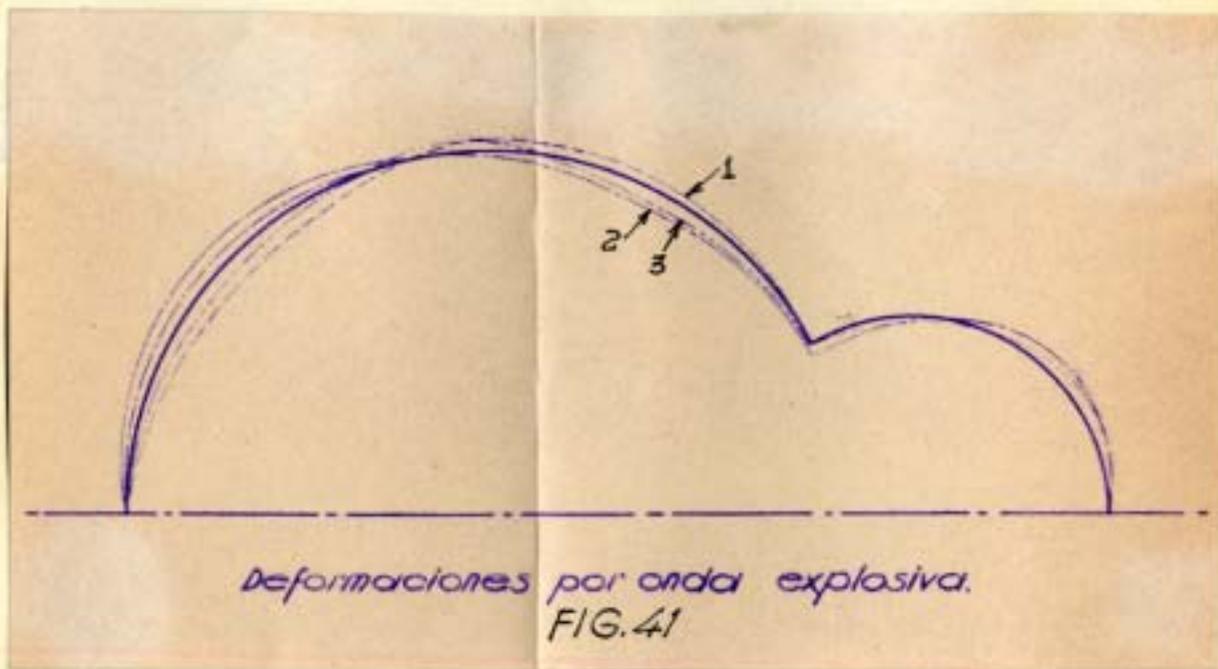
La inspección posterior, que ~~se~~ <sup>se</sup> ~~pudo~~ <sup>pudo</sup> ~~empezar~~ <sup>empezó</sup> a hacerse <sup>describiendo la biniña</sup> para prever <sup>con mayor</sup> ~~la~~ <sup>empujar</sup> ~~reparación~~ <sup>acusa</sup> efectivamente, ~~se~~ <sup>se</sup> ~~observa~~ <sup>agrietamiento</sup> de unos dos milímetros en los diagonales dentados del lucernario, un descenso a hundimiento <sup>general</sup> del lucernario que en los diagonales centrales paraba los resaca centímetros y ~~desplazamiento~~ <sup>desplazamiento</sup> violentamente la ~~estructura~~ <sup>estructura</sup> en ~~abierta~~ <sup>abierta</sup> con ~~aberturas~~ <sup>aberturas</sup> de ~~quince~~ <sup>quince</sup> milímetros en varios puntos, y es posible que existieran ~~otro~~ <sup>otro</sup> defectos que ~~no~~ <sup>no</sup> ~~llegaron~~ <sup>llegaron</sup> a verse.

Justificación del tipo de reparación previsto

ESTUDIO DEL FENOMENO Y REPARACION.

Como se dice en el Informe anterior, todo parece indicar que, no ya el impacto en sí ~~que~~ <sup>que</sup> la obra hubiera resistido en buenas condiciones, sino la onda explosiva consiguiente a uno de ellos, ha sido la causa de todas las anomalías de ~~el~~ <sup>el</sup> trabajo observadas.

La onda debió producirse con un centro exterior e inmediato a la bóveda. Induce a creerlo así el que no sufrieran <sup>en</sup> general los vidrios de los lucernarios que se encuentran en la cara opuesta, y el que por el contrario saliera totalmente arrancado y despedido el recubrimiento de uralita en una amplia zona alrededor del punto de impacto; fenómeno que no se acusa en el otro ~~impacto~~ <sup>impacto</sup> boquete.



Considerando el fenómeno en el momento de onda positiva, es decir, de presión centrípeta sobre el lóbulo <sup>(fig 3)</sup> este debe soportar un corrimiento radial <sup>hacia dentro</sup> ~~positivo~~ muy grande que gracias a su gran elasticidad  <sup>puede</sup> resiste ~~sin~~ pasar su límite elástico. <sup>El lucernario tiende a levantarse pero no solo su</sup> ~~no solamente la~~ mayor rigidez del lucernario, sino la misma curvatura de la bóveda, hace que este corrimiento radial produzca necesariamente una flexión <sup>mucha más fuerte</sup> ~~muy fuerte~~ de la directriz <sup>hacia</sup> en la clave, ~~esfuerzo para el cual no estaba calculada,~~ <sup>en la</sup> y por consiguiente allí se produce una deformación plástica de la armadura con una <sup>dislocación</sup> ~~rotura~~ completa de la sección <sup>concentrada</sup> ~~en el punto en que~~ la fisuración <sup>estuviera</sup> ~~estaba~~ iniciada.

<sup>En el momento de onda negativa o de vacío (curva 2 fig 4) el fenómeno se invierte, el lucernario desciende ~~descendiendo con un corrimiento horizontal de clave hacia la izquierda~~</sup> Una vez perdida la resistencia a flexión en este punto el lucernario desciende perdiendo curvatura, la clave <sup>sube</sup> ~~se levanta~~ y el trabajo del lucernario trabajando como <sup>alma de</sup> ~~viga~~ en gaviota aumenta importantemente. La línea de la gaviota por consiguiente sufre un corrimiento positivo en sentido tangencial al lóbulo grande con variaciones pequeñas en el corrimiento radial. <sup>En clave se producen también corrimientos horizontales, y particularmente la componente horizontal de la onda de acción tiende a correr la clave hacia la izquierda, alir la piqueta por fricción.</sup>

Al aumentar el trabajo de viga en el ~~sea grande~~ lucernario ~~de la~~ gaviota) aumenta la tensión tanto en el cordón longitudinal de la gaviota como en las diagonales estiradas del lucernario particularmente en las partes extremas, es decir, junto a los piñones de apoyo, siendo probable por consiguiente la fisuración de estos elementos muy sobrecargados de hierro y con poca sección de hormigón. Efectivamente, <sup>la existencia de</sup> (estos agrietamientos que no habían podido observarse en la primera visita, y cuya posibilidad se indicaba en el informe anterior, se comprobó su existencia al empezar la revisión mas detallada de los lucernarios, apreciándose grietas de uno a dos milímetros en las seis diagonales extremas de cada lado.

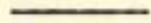
<sup>Con todos estos datos se hizo el anteproyecto de una posible reparación de la cubierta (figura.....) consistente en hormigonar unos anillos de hormigón armado sobre el lóbulo grande hasta el lucernario, bien anclados en la generatriz superior de este por un lado y en la parte vertical del faldón grande por otro, proyectando a estos anillos de unos tensores en la armadura principal exterior y de unos estribos de anclaje a la lámina unidos también con los</sup>

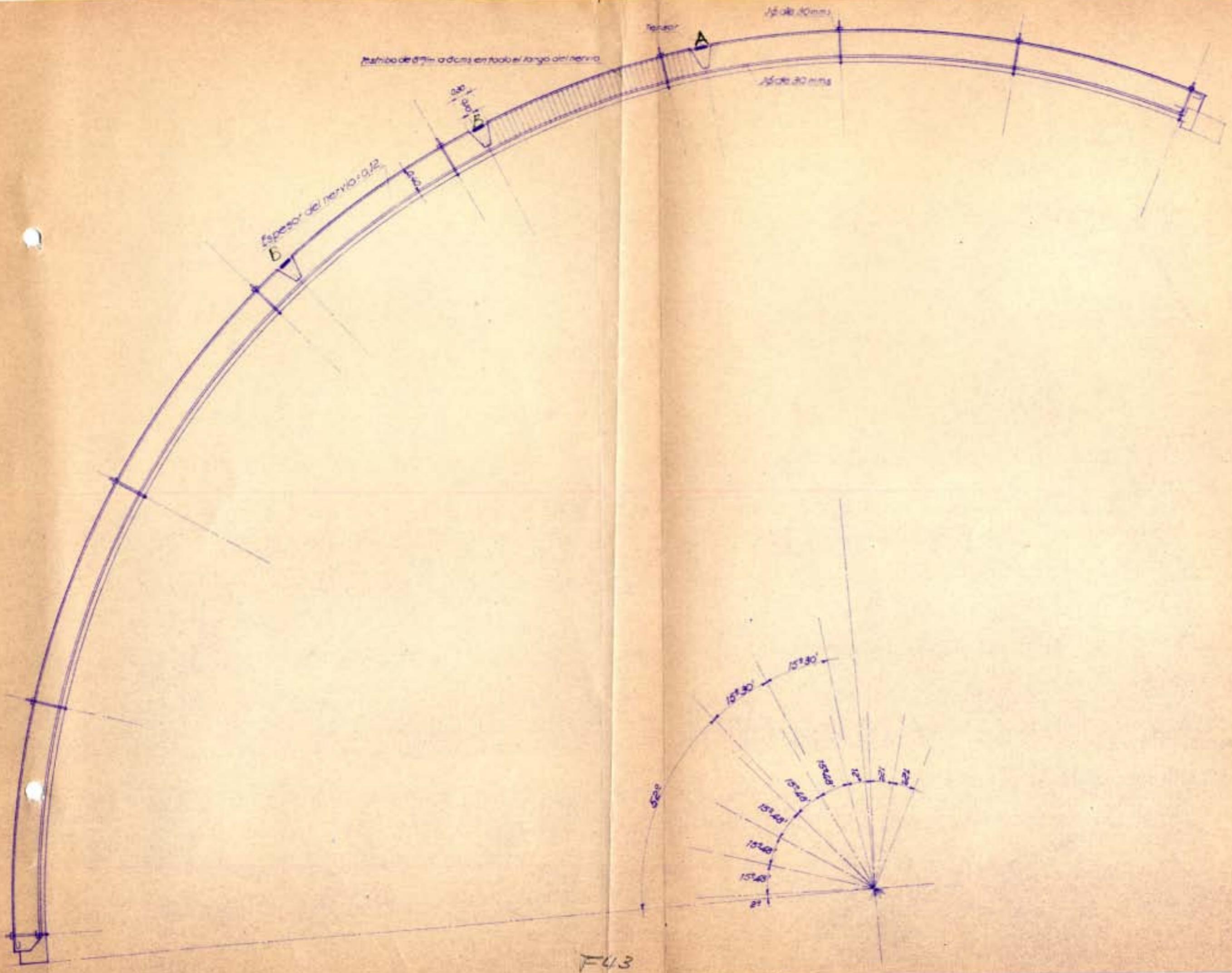
Es particularmente importante señalar que, una vez producido un desplazamiento importante de las generatrices altas del lucernario hacia el interior del edificio, estas generatrices que están comprimidas tienen una tendencia muy fuerte a pandear.

Considerando el elemento formado por uno de los montantes o elementos del lucernario que sigue la dirección de la generatriz, podemos observar que ~~en~~ la esbeltez de esta pieza <sup>5</sup> por relación entre la longitud total de la misma y su escuadría es enorme y que el pandeo está limitado como ~~toda superficie cilíndrica~~ <sup>prácticamente</sup> exclusivamente por la resistencia a flexión de las directrices. La generatriz comprimida curvada hacia adentro tiende naturalmente a aumentar estas deformaciones y sufre por efecto de la misma un aumento ~~fuerte~~ en su carga de compresión axial así como las directrices sufren también aumentos <sup>muy fuertes</sup> ~~enormes~~ de flexión. Las deformaciones plásticas del hormigón en esta nueva condición aun cuando sean pequeñas porque la edad del hormigón es ya grande, pueden producir, dada la esbeltez de la pieza, deformaciones radiales relativamente grandes en un periodo de tiempo suficientemente largo; por consiguiente, cabe perfectamente la posibilidad de que encontrándonos en condiciones de estabilidad de forma precaria, la deformación y el peligro de rotura aumente con el tiempo. Por esta razón, se indicaba en el informe la conveniencia de establecer nuevamente un sistema de medida para asegurar si esta deformación continuaba o nó; y era también importante el determinar la ley de variación de las contradeformaciones que se pudieran obtener al aplicar cargas sucesivas en la clave.

Encauzando el problema con todos estos datos y posibilidades se hizo el anteproyecto de una posible reparación de la cubierta (figura ..43..) consistente en hormigonar unos anillos armados sobre el lóbulo grande hasta el lucernario, fuertemente anclados en la generatriz

de éste por un lado y en la parte vertical del faldón grande por otro,  
y proveyendo a estos anillos de unos tensores en la armadura principal  
exterior y de unos estribos de enclaje a la lámina unidos también  
con.....





F43

tensores a la cara exterior del anillo. ] Con estos elementos se proyectaba hacer la reparación ~~en la siguiente forma~~

(Tensando la armadura exterior del anillo <sup>con lo que</sup> se produce automáticamente un empuje centrípeto <sup>con</sup> por el consiguiente descenso de la clave y un cierre de la grieta, de tal modo que la bóveda tiende a volver a su posición primitiva, levantando el borde alto del lucernario y bajando la clave.

La maniobra podía completarse si se considerara necesario, hormigonando los anillos de tal forma que quedaran separados en determinadas zonas a algunos centímetros de la lámina para tirar de ella mediante los estribos regulables hasta ponerla en contacto con el anillo, produciendo ~~con~~ <sup>con ello</sup> un corrimiento radial <sup>hacia fuera</sup> ~~negativo~~ de esta zona para asegurar más el ajuste de las directrices ~~en~~ su nueva posición; <sup>o bien haciendo la operación en sentido contrario mediante cueros o con una manilla contraria de los estribos.</sup>

Esta ~~última~~ corrección podría ser necesaria en la parte del faldón grande, ya que el momento flector que se produce en la clave al tensar la armadura para cerrar la grieta tiende a producir desplazamientos radiales ~~hacia el exterior~~ en las partes laterales del faldón grande.

Para compensar este fenómeno se disponían también tensores supletorios <sup>(de la armadura longitudinal exterior de los nervios) (B fig 43)</sup> en esta zona, con objeto de tener mayor número de variables a disposición para corregir la forma de cada directriz. No se hizo un cálculo completo de la resistencia de estos elementos ya que su coste era relativamente pequeño y era preferible por consiguiente ir con un exceso de secciones, ya que por otra parte no se tenía "a priori" un conocimiento exacto de los esfuerzos que ~~había~~ <sup>había</sup> que producir, principalmente porque se desconocía hasta qué punto las deformaciones eran de carácter elástico o habían adquirido ya un valor plástico, en cuyo caso para deshacerlo y volver a la posición primitiva era necesario producir reacciones mayores de las que ~~proporcionaría~~ <sup>proporcionaría</sup> un cálculo elástico.

Xpander

Como se indica en el Informe, se presentaban dos posibilidades de asegurarse de las condiciones de estabilidad de la obra, una la de hacer una prueba de carga en las peores condiciones posibles y mantener la

*Observación*

obra en ~~investigación~~ para asegurarse de que las deformaciones perjudiciales no aumentaban con el tiempo, y otra hacer <sup>esta</sup> ~~una~~ reparación cuya finalidad fundamental era la de volver la lámina a su posición de trabajo primitiva; y se adoptó ~~naturalmente~~ justificadamente esta segunda solución, no solamente porque con ella se había de ~~mejorar~~ <sup>mejorar</sup> las condiciones resistentes de la estructura, sino porque el hacer solamente la prueba de carga exigía el hacer un apeo total de la obra en grandes condiciones de seguridad para que el personal pudiera colocar la carga sin peligro ~~en un momento~~ en unas condiciones en que se carecía por completo de un coeficiente de seguridad previsible.

Sin embargo, para asegurar mas las probabilidades de éxito de la reparación y las condiciones de seguridad en que se ejecutara ~~en condiciones~~ <sup>se consideró</sup> conveniente hacer una operación preliminar consistente en concentrar la carga muerta de la zona alta del lucernario grande a lo largo de las zonas mas inmediatas a la generatriz agrietada de clave, con objeto, en primer lugar, de mejorar las condiciones resistentes del conjunto, y en segundo lugar de ver si ~~efectivamente~~ al hacer esta operación y obligar a descender con ello la clave, reaccionaban efectivamente las generatrices altas del lucernario, <sup>(con corrimientos radiales hacia el exterior)</sup> o por el contrario si la estabilización producida por la deformación plástica les impedía este <sup>movimiento</sup> ~~razonamiento~~, en cuyo caso habian de preverse los anillos de reparación para unos esfuerzos mucho mayores ya que se había de vencer elásticamente la gran deformación plástica producida; y por consiguiente la reparación era no solamente mas costosa, sino ~~menos eficaz.~~ *de una eficacia más problemática.*

El hundimiento

EL HUNDIMIENTO.-

Para llevar a cabo las operaciones que acabamos de indicar se empezó a elevar un andamiaje y a descubrir la bóveda levantando el revestimiento de uralita de la parte superior y los cristales de los lucernarios, con objeto también de hacer una revisión mas detallada de la obra. Asimismo se colocaron diferentes flexímetros para poder acusar cualquier variación de forma de la <sup>estructura</sup> ~~obra~~ y evitar accidentes, dada la situación peligrosa de la obra que <sup>hacia</sup> ~~hacia~~ mas difícil las maniobras inherentes a esta reparación.

En estas condiciones en la tarde del 15 de Agosto coincidiendo con una tormenta bastante violenta, los aparatos de control acusaron la iniciación de un nuevo descenso del lucernario.

Antes de media noche sobrevino el hundimiento por continuación de los movimientos iniciados en una forma análoga a la indicada en la figura .42, es decir, provocado por un aumento muy importante en la pérdida de curvatura de las directrices centrales del lucernario con giro inicial importante de éstas y con una elevación fuerte del empuje horizontal en la clave que empujó el lóbulo grande cayendo una parte de él en la zona <sup>externa lateral</sup> ~~central~~ por fuera del muro de rebote. Una vez perdido el contrarresto, la gaviota sufrió un giro por torsión muy fuerte volcando en parte sobre las tribunas y en parte sobre la cancha sin que el andamiaje iniciado y que no había llegado a la altura de la bóveda pudiera naturalmente impedir el fenómeno.

El giro de la gaviota se produjo a lo largo de la generatriz del lucernario pequeño, como se indica también en la figura.

Dada la gran altura del edificio, el hormigón quedó en general totalmente deshecho. Como ya dijimos antes, el trabajo longitudinal que la viga en gaviota <sup>hubo de desarrollar</sup> ~~debió soportar~~ <sup>mucho</sup> ~~fue~~ <sup>mayor que el</sup> esperado pues quedaron en gran parte intactas las zonas extremas del lucernario que su-

fren los máximos esfuerzos cortantes correspondientes a la viga gavio-  
ta, y ~~el~~ cordón o armadura principal de ~~la gavio~~<sup>esta</sup> formado, como ya se  
indica, de 16 cuadrados de 50 milímetros soldados ~~eléctricamente~~<sup>a las</sup> a  
tope y envueltos con una sección de hormigón relativamente pequeña, que-  
daron arrancados del hormigón pero sin romperse ni en su sección ni en  
las soldaduras a pesar de los enormes esfuerzos que debieron sufrir  
en los últimos momentos.

Prescindiendo de detalles e hipótesis sobre las causas inmediatas  
del hándimiento, es importante destacar desde un punto de vista técni-  
co que la rotura se produjo indudablemente no por un defecto en el tra-  
bajo que pudiéramos ~~llamar~~ considerar principal de la estructura, es  
decir, en el trabajo longitudinal de piñón a piñón, sino exclusivemen-  
te por una falta de rigidez transversal de las directrices centrales  
del arco en el lóbulo grande provocado por la rotura y brusca deforma-  
ción de estas directrices bajo la acción de la onda explosiva.

Siendo esto así, extraña a primera vista el que el hundimiento no  
se produjera simultáneamente con la explosión, sin embargo, hay que te-  
ner en cuenta de una parte que pudo haber ese día pequeños factores ca-  
paces de iniciar la rotura dada las malas condiciones de resistencia  
en que ésta se encontraba, y por otra parte, que una vez producido  
por efecto de la explosión un corrimiento radial permanente de las ge-  
neratrices altas del lucernario hacia el interior de la bóveda, las ge-  
neratrices correspondientes que están trabajando a compresión sufren  
un efecto de pandeo importante que tiende a aumentar el corrimiento  
centrípeto, ~~que~~ como ya se ha indicado anteriormente, y que la defor-  
mación plástica consiguiente a las altas cargas de trabajo en que se  
encuentran anormalmente estas generatrices puede ~~ser~~<sup>hacer</sup> que el efecto de  
pandeo vaya aumentando muy lentamente y que por tanto al cabo de los  
meses la obra se encuentre en unas condiciones de estabilidad de for-  
ma mucho peores que en el momento inicial ~~del accidente~~.

Cap VIII  
Conclusiones

Como resultado y resumen de todo lo que hemos expuesto anteriormente, podemos hacer las siguientes consideraciones finales, útiles para otros casos análogos.

La combinación de lóbulos cilíndricos de diferentes radios y la sustitución de la lámina por sistemas reticulados triangulares formando parte esencial de aquellos se comportan perfectamente, prestándose por tanto a gran número de soluciones.

La supresión de la viga de descarga en la gaviota, si bien obliga a un aumento de armadura, simplifica la ejecución y favorece enormemente el valor funcional y estético de la cubierta; Pero la gran flexibilidad longitudinal de la gaviota con relación al resto de la lámina provoca esfuerzos de torsión que no deberán sobrepasarse olvidarse en caso de sobrepasar. las proporciones adoptadas, y probablemente convendría entonces disminuirlos con el empleo de anillos transversales de refuerzo, para cuyo cálculo puede considerarse la lámina <sup>hiperogénea</sup> ~~isotrópica~~ sin excesiva complicación.

El sistema de cálculo empleado permite efectivamente la determinación de los esfuerzos en cualquier punto de la lámina, si bien la complicación es grande y requiere un número relativamente amplio de personal bien especializado, y una buena organización del trabajo para evitar errores graves.

Esta complicación ha sido mayor en nuestro caso por ser el perfil asimétrico y bastante peraltado, lo que obliga

a considerar leyes diferentes para la repartición sobre la directriz de las cargas de peso, de viento, y de nieve, y por el deseo de obtener en el cordón de la gárgola, bajo la acción simultánea de todas las cargas, una tensión de trabajo económica, previamente fijada.

La influencia del <sup>viento</sup> peso y de la nieve a pesar de la ligereza de la cubierta es menor que la del peso, pero no con un efecto lo suficientemente

La influencia del segundo término de la serie de Fourier. Durante el desarrollo del cálculo hemos encontrado posibilidades de simplificación de cálculo, a parte de las dadas a conocer por otros autores y no aplicables aquí, y si las circunstancias nos lo permitieran, daríamos cuenta de ellas en otro trabajo.

De todos modos los resultados del cálculo y las observaciones en la obra han venido a comprobar una vez más que no puede prescindirse de las flexiones transversales, ni admitir una ley lineal para los esfuerzos longitudinales reduciendo el problema al de membranas puras o vigas rectas.

La influencia del segundo término de la serie de Fourier (en que se han considerado <sup>desarrolladas</sup> repartidas las cargas exteriores a lo largo de las generatrices) ha resultado muy pequeña y prácticamente hubiera podido prescindirse <sup>de ella</sup> sin error grave en este caso, pero esto no puede generalizarse.

Las diferencias de rigidez y de peso entre los lucernarios y las láminas han acusado, tanto durante la experimentación sobre modelos como en la observación de la obra,

alteraciones en la ley de reparto de flexiones sobre la directriz, acusándose una gran variabilidad de estas flexiones bajo las <sup>heterogeneidades</sup> ~~heterogeneidades~~ de la lamina o acciones exteriores, por lo cual consideramos recomendable proyectar <sup>las</sup> ~~estas~~ armaduras <sup>(correspondientes)</sup> con cierta amplitud.

Las dilataciones térmicas y contracciones de fraguado no son inconveniente para la realización de cubiertas de este tipo con mayores dimensiones.

Tanto la instalación en modelo reducido como la de control mecánico-elástico de la propia obra han proporcionado datos utilísimos para la corrección y comprobación de los resultados teóricos, acusándose el gran partido que puede sacarse de ellos y la tranquilidad que representan para la ejecución de una obra delicada.

El nuevo tipo de instalación adoptado para el modelo reducido, representa un gran avance en esta rama de la técnica, permitiendo la ~~repetición~~ <sup>repetición</sup> de rápida y cómoda de las cargas con toda seguridad en el trabajo.

El empleo de flexímetros autoreferentes, o de hilo de tensión constante, ha sido particularmente útil y satisfactorio durante el desmoldamiento; hubiera sido, sin embargo, interesante completar la instalación con el empleo de clinómetros, para determinar con precisión la ley real de flexiones de la directriz durante el desmoldamiento.

La ejecución de la obra no presentó dificultades especiales. No correspondiéndonos la dirección ~~administrativa~~ <sup>económica</sup> de la obra, que fué llevada por administración, no podemos dar datos sobre el coste de la misma, y únicamente podemos indicar, como orientación sobre este punto, que la cubrición arroja las cifras ~~de~~ <sup>(medios por metro cuadrado de cubierta de 2,086 m<sup>3</sup> de hormigón y de)</sup> 13,8 ~~kg~~ <sup>kg</sup> de acero en armaduras, ~~3~~ <sup>excepto</sup> 2,086 ~~kg~~ <sup>kg</sup> de hormigón por metro cuadrado de cubierta, ~~excepto en la zona inmediata de la gaviota donde aumenta a 44 kg/m<sup>2</sup>)~~ y que estas unidades no presentaron mayor complicación <sup>(de ejecución)</sup> que en una obra corriente. X

La colocación de las armaduras en la lámina es sumamente sencilla y rápida, presentando mayor trabajo únicamente en los lucernarios, cuyas barras van armadas como pequeños pilares, y en el cordón de la gaviota, en el que se recurrió con éxito a la soldadura eléctrica para concentrar la armadura a un límite al que no hubiera podido llegarse con el empleo de los tipos corrientes de erupolme.

El hormigonado de la lámina requirió doble molde únicamente en los cinco primeros metros del faldón grande; en el resto <sup>(de la lámina)</sup> se hizo como el de un faldón corriente sin ningún y en el lucernario en la forma usual en pilares.

La cimbra, en cambio, hubo de representar, en el caso particular de esta obra, una parte importante del coste total, porque la gran rapidez a que hubo de trabajarse por razones financieras impidió preparar el estudio y el material necesario para hacerla sin cimbra o con cimbra parcial, único procedimiento de obtener las máximas ventajas económicas de este tipo de cubierta, en cuanto la altura de la sala es algo grande.

Los movimientos de la obra durante el descimbramiento acusaron una interesante analogía con los resultados del cálculo y particularmente con los resultados obtenidos en modelo reducido.

Como en toda obra de gran esbeltez se <sup>observó</sup> ~~acusaron~~ durante los primeros meses una continuación de los movimientos de descimbramiento de carácter amortiguado, debidas a las deformaciones lentas del hormigón que con el cemento fundido empleado en esta obra parecen <sup>parecen</sup> ~~acusar~~ un amortiguamiento menor que con el cemento Portland, si bien las incidencias de la guerra impiden el aportar datos concretos sobre este punto.

Los efectos de impacto simplemente no han acusado perjuicios generales sobre la estructura produciéndose el taladro en la forma corriente, <sup>la superficie interesada, sin embargo, es</sup> ~~si bien interesando una superficie~~ mayor de la que normalmente interesa en placas del mismo espesor con mayor rigidez.

Por el contrario <sup>la una</sup> ~~una~~ onda explosiva de centro probablemente exterior a la lámina, al producir oscilaciones muy importantes de la lámina produjo una dislocación de ésta en la clave, <sup>como consecuencia</sup> de ello un desequilibrio de los trabajos resistentes longitudinal y transversal y un <sup>desplazamiento relativo</sup> ~~desequilibrio~~ permanente muy importante entre un lado y otro del lóbulo con descenso fijo del orden de sesenta centímetros.

El gran aumento de <sup>carga de</sup> ~~trabajo~~ consiguiente unido a la fuerte tendencia a pandeo de las generatrices en compresión, deformadas permanentemente, ~~ha podido producir~~ el incremento lento de estas deformaciones por pandeo plástico del hormigón, provocándose al final la rotura por un aumento ocasional de las condiciones de sobrecarga.

La viga gaviota formada por el enlace de dos almas cilíndricas ha resistido perfectamente aun en condiciones mucho mas desfavorables de las de cálculo, sin duda debido exclusivamente a la rotura y deformación permanente importante de las directrices centrales

vencidas a causa de la explosión por exceso de flexión.

Es posible que el establecimiento previo de unos ligeros anillos de refuerzo de la lámina en la zona maciza, de poco espesor, hubiera sido suficiente para localizar los efectos de la explosión, si bien no puede asegurarse.

Nota:

En el trabajo publicado por el Sr. Dischinger en el "Neu<sup>es</sup> Bauen in Eisenbeton" en el que alaba <sup>este nuevo</sup> el tipo de estructura para cubiertas de sala <sup>funcionando de diafragma</sup> como ésta, indica la posibilidad de que el espesor del lóbulo pequeño junto a la gaviota que él supone de ocho centímetros, sea pequeño. <sup>Sería oportuna la objeción, si ello fuera así</sup> No tiene nada de particular que él opine así, <sup>del asunto</sup> dado que no conocía el detalle y los planos de la obra, pues como puede verse <sup>por los datos de esta memoria técnica era</sup> por los mismos el espesor en ese punto es de once centímetros, y <sup>prácticamente, algo mayor por necesidades de enlase.</sup> X

Por los datos de esta memoria

Por otra parte, como ya hemos dicho, la rotura no se ha producido por ninguno de los elementos de gaviota sino por exceso del trabajo de flexión en el lóbulo grande pasada la clave, aumentado quizá por la diferencia de rigidez entre un lado y otro de la bóveda.

X No tiene nada de particular que el autor dado que conocía ~~la obra~~ la obra solamente por referencias incompletas, niendo por el contrario la objeción una prueba más de su conocimiento técnico y práctico de otros tipos de láminas que él fue el primero en emplear.

Cap VIII IX  
Colaboraciones Técnicas e Industriales

Empresa Propietaria: Nueva Empresa de Frontones S.A.  
 Proyecto y dirección Técnica } S. Luazo - Arquitecto  
 E. Torroja - Ingeniero  
 Constructor = Huarte y Comps S.L.

Colaboraciones Técnicas.

|                                          |   |                                  |
|------------------------------------------|---|----------------------------------|
| De Proyecto<br>E. Torroja<br>Of. Técnica | } | J. A. Petreña - Jefe de estudios |
|                                          |   | R. Saja - Jefe de proyectos      |
|                                          |   | L. Ponte - Ayudante              |
|                                          |   | M. Cámara - Id                   |
|                                          |   | C. Salvador - Id                 |
|                                          |   | M. Douso - id                    |
|                                          |   | L. Ortega - id                   |

|                      |   |                          |
|----------------------|---|--------------------------|
| De<br>Huarte y Comps | } | F. Heredero - Arquitecto |
|                      |   | C.F. Casado - Ingeniero  |
|                      |   | A. González - Ayudante   |
|                      |   | M. Arlegui - Encargado   |
|                      |   | J. Lavea - Capataz       |
|                      |   | J. López - id            |